

2013 年度前期 数学 B2(微分積分) 基幹 (5) 理解度確認テスト A 問題用紙

以下の問に答えよ。解答用紙には答えのみを記入せよ。制限時間は 40 分で、それ以降はテスト B に回答せよ。

問題 1. 数列 $\{\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}\}$ の極限值を求めよ。

問題 2. 次の極限值を求めよ。 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2x - 1}{x^2 - 3x + 2}$

問題 3. 次の極限值を求めよ。 $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{x^2 + 4} + x)$

問題 4. 次の極限值を求めよ。 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

問題 5. 次の極限值を求めよ。 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(2 - e^x)}{2x}$

問題 6. 方程式 $\sin^{-1} x = \cos^{-1} \frac{3}{5}$ をみたす x を求めよ。

問題 7. 次の極限值を求めよ。 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1 - 2x}{1 - \cos x}$

問題 8. 次の極限值を求めよ。 $\lim_{x \rightarrow +0} x \log(\sin x)$

問題 9. 次の極限值を求めよ。 $\lim_{x \rightarrow 1-0} x^{1/(1-x)}$

問題 10. 次の関数の定積分を求めよ。 $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

問題 11. 次の関数の積分を求めよ。 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4}$

問題 12. 次の一般項を持つ数列の極限を求めよ。 $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$

問題 13. 次の極限值を求めよ。 $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\log(1+x)} \right)$

問題 14. 次の極限值を求めよ。 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\log x} - \frac{x}{\log x} \right)$

問題 15. 次の極限值を求めよ。 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$

問題 16. $a_1 = 1, a_n = \sqrt{2 + a_{n-1}}$ のとき, $\lim_n a_n$ を求めよ.

問題 17. 次の極限值を求めよ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{\tan x}$

問題 18. 次の極限值を求めよ. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \log x$

問題 19. $f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ e^{-1/x} & x > 0 \end{cases}$ とするとき, $f''(0)$ を求めよ.

問題 20. 次の極限值を求めよ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin^{-1} x}{x^3}$

問題 21. 次の極限值を求めよ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(1/x)}{\sin x}$

問題 22. 次の極限值を求めよ. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} x \right)$

問題 23. $n \rightarrow \infty$ となるときの次の式の極限值を求めよ. $\sum_{r=1}^n \frac{1}{n+r}$

問題 24. $n \rightarrow \infty$ となるときの次の式の極限值を求めよ.
 $\frac{1}{n^2} (\sqrt{n^2 - 1^2} + \sqrt{n^2 - 2^2} + \cdots + \sqrt{n^2 - (n-1)^2})$

問題 25. $\lim_{t \rightarrow +\infty} t^2 \int_0^1 \frac{dx}{x^3 + t^3}$ を求めよ.

問題 26. $x(t) = t, y(t) = \sqrt{1-t^2}, t \in [0, 1]$ で表される曲線の長さを求めよ.

問題 27. 次の定積分を求めよ. $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

問題 28. 次の極限值を求めよ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n!}{n^n} \right)^{1/n}$

問題 29. 次の積分値を求めよ. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$

問題 30. 次の積分値を求めよ. $\int_0^1 \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx$