

制御工学1

まとめ1

14回目

注意事項

1. 本資料は上記授業のために受講者による閲覧を想定して作成されたものである.
2. 本資料の内容に関する説明は授業にて行うものとする.
3. 本資料は, まとめや振り返りに相当する位置付けとして扱っている.

動的システム応答

時間応答

- 時系列での応答の変化を観測
- 入力加わることによって過渡的に応答は変化(過渡応答)
- 十分に時間が経てば定常状態となって応答は収束(定常応答)

周波数応答

- $u(t) = A \sin \omega t$ を入力とした時の応答を観測
- 入力加わって十分に時間が経った定常応答を観測
- 過渡応答は考慮しない⇒必要であれば初期値を考えた時間応答

ラプラス変換

初期値の定理

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

終期値の定理

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

1階微分のラプラス変換

$$\mathcal{L} \frac{d}{dt} f(t) = sF(s) - f(0)$$

2階微分のラプラス変換

$$\mathcal{L} \frac{d^2}{dt^2} f(t) = s^2 F(s) - sf(0) - \dot{f}(0)$$

初期値問題

- 位置や速度に対して、初期値を与えた時の影響(応答)を考える
- 同じ数式モデルでも初期値によって応答は変わる点について留意

ラプラス変換

初期値ゼロであれば

- ・ 積分するには $\frac{1}{s}$ を掛ける
- ・ 微分するには s を掛ける

単位インパルス入力
 $U = 1$

初期値ゼロの入力	-	-
位置のステップ入力	-	-
速度のステップ入力	→ 位置のランプ入力	-
加速度のステップ入力	→ 速度のランプ入力	→ 位置のパラボラ入力

単位ステップ入力
 $U = \frac{1}{s}$

単位ランプ入力
 $U = \frac{1}{s^2}$

初期値ゼロの入力	-	-
位置のインパルス入力	-	-
速度のインパルス入力	→ 位置のステップ入力	-
加速度のインパルス入力	→ 速度のステップ入力	→ 位置のランプ入力

単位パラボラ入力
 $U = \frac{1}{s^3}$

ラプラス変換と伝達関数

1次遅れ

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

2次遅れ

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

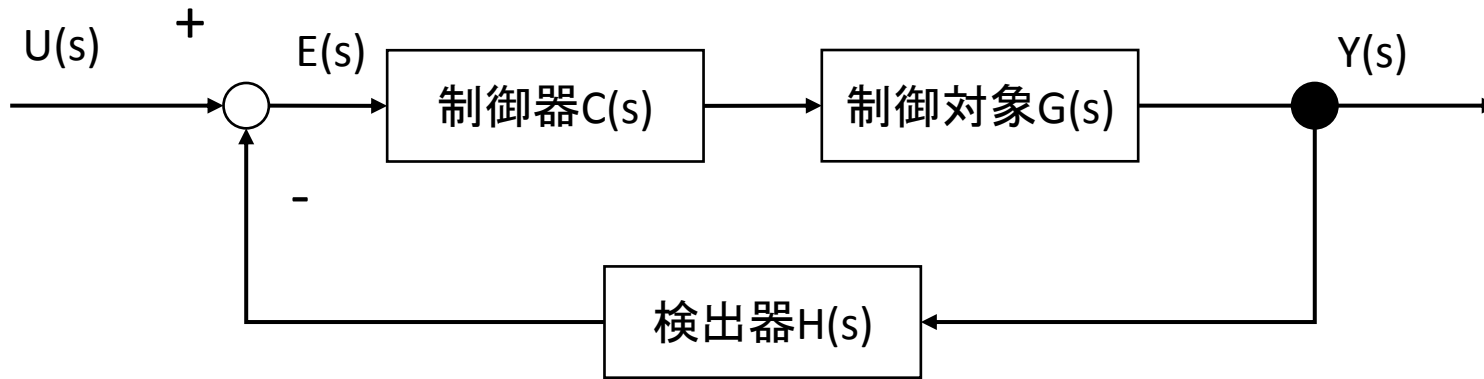
無駄時間

$$G(s) = e^{-Ls}$$



- 覚えておいてほしいこと
 - 時間応答のグラフの概形
 - パラメータによる変化に注意
 - ベクトル軌跡(ナイキスト線図)の概形
 - ボード線図の概形
 - 横軸に注意
 - 単純に足し合わせることができる
- システムの素の特性を示したもの
 - システムの応答特性を解析しやすいようにモデル化
 - オープン(開)ループの特性であって、制御が掛かっているわけではない

フィードバック制御



$$\text{一巡伝達関数} = K \frac{\text{赤文字の } s \text{ の多項式}}{\text{赤文字の } s \text{ の多項式}}$$

赤文字のところが

$\frac{1}{s^0}$ であれば0形

$\frac{1}{s^1}$ であれば1形

$\frac{1}{s^2}$ であれば2形

$$\text{一巡伝達関数} = \lim_{s \rightarrow 0} C(s)G(s)H(s) \text{ を考えたとき}$$

$$\begin{aligned} \text{閉ループ伝達関数} &= \frac{\text{前向き要素}}{1 + \text{一巡伝達関数}} \\ &= \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)H(s)} \end{aligned}$$

$$\text{偏差 } E(s) = \frac{1}{1 + \text{一巡伝達関数}} U(s)$$

定常偏差: 終期値の定理

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

	定常位置偏差	定常速度偏差	定常加速度偏差
0形	$\frac{1}{\text{赤文字の } 1 + \lim_{s \rightarrow 0} C(s)G(s)H(s)}$	$\infty(\text{不定})$	$\infty(\text{不定})$
1型	0	$\frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} C(s)G(s)H(s) \text{ 赤文字の } s}$	$\infty(\text{不定})$
2型	0	0	$\frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} C(s)G(s)H(s) \text{ 赤文字の } s^2}$

フィードバックの効果

開ループ伝達関数 = 前向き要素

開ループ伝達関数の特性方程式
前向き要素の分母 = 0

開ループ制御系の利用

- 入出力の関係(伝達関数)が明確に分かっている
- 制御系の特性変化が**充分に**小さい
- 外乱の影響が**充分に**小さい

[ある入力加われば、応答はこのようになる]という前提での利用の制御形態

例: ステッピングモータ

1パルスの入力があれば必ず1deg回転する, など.

$$\text{閉ループ伝達関数} = \frac{\text{前向き要素}}{1 + \text{一巡伝達関数}}$$

$$\text{一巡伝達関数} = K \frac{1}{s^k} \frac{s \text{の多項式}}{s \text{の多項式}}$$

閉ループ伝達関数の特性方程式

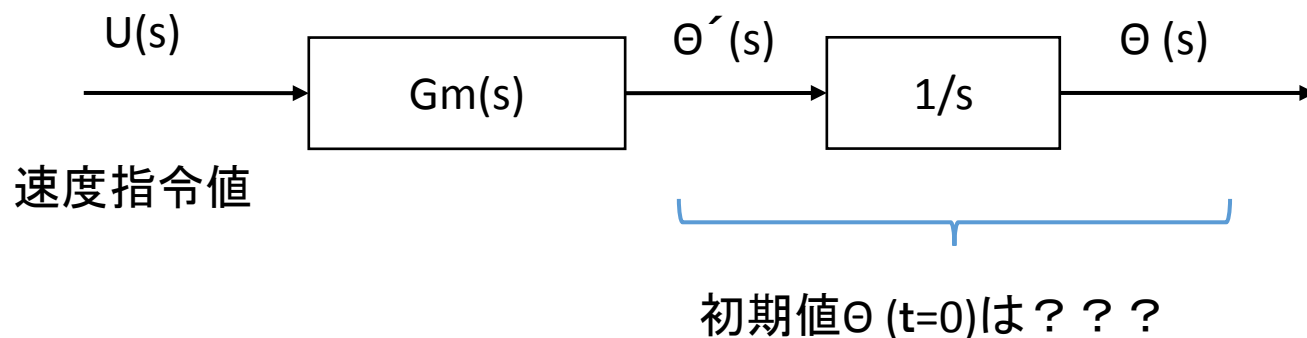
$$1 + \text{一巡伝達関数} = 1 + K \frac{1}{s^k} \frac{s \text{の多項式}}{s \text{の多項式}} = 0$$

フィードバック制御系の利用

- 入出力の関係(伝達関数)が明確に分かっている
- 制御系の特性変化が比較的小さい
- 外乱の影響が比較的小さい

1. 入力と出力を比較して差があれば制御系が動作する原理を持った制御形態
2. 上記のkの値(形, 型)によって定常偏差が残ることがあることを留意しておく
3. 偏差があってもこれを調整することは可能

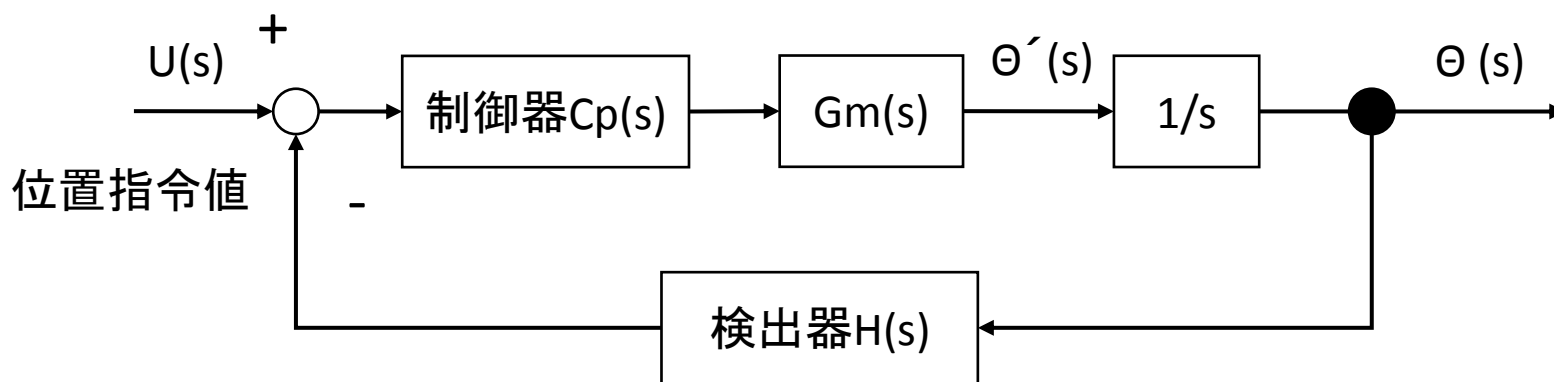
DCモータの位置制御



- 電圧入力に対して回転数は1次遅れの応答
- 1次遅れはモデル化した結果であり, 実システムに対して厳密ではない
- ブロック線図上では左のように扱うが, 時系列における初期値の情報がない



実システムにおいて電圧入力を用いてオープンループによって回転角を制御することは事実上不可能



一巡伝達関数 = $C_p(s)G_m(s)\frac{1}{s} = C_p(s)\frac{K_m}{T_ms + 1}\frac{1}{s}$ 基本は1形なので位置偏差はゼロ

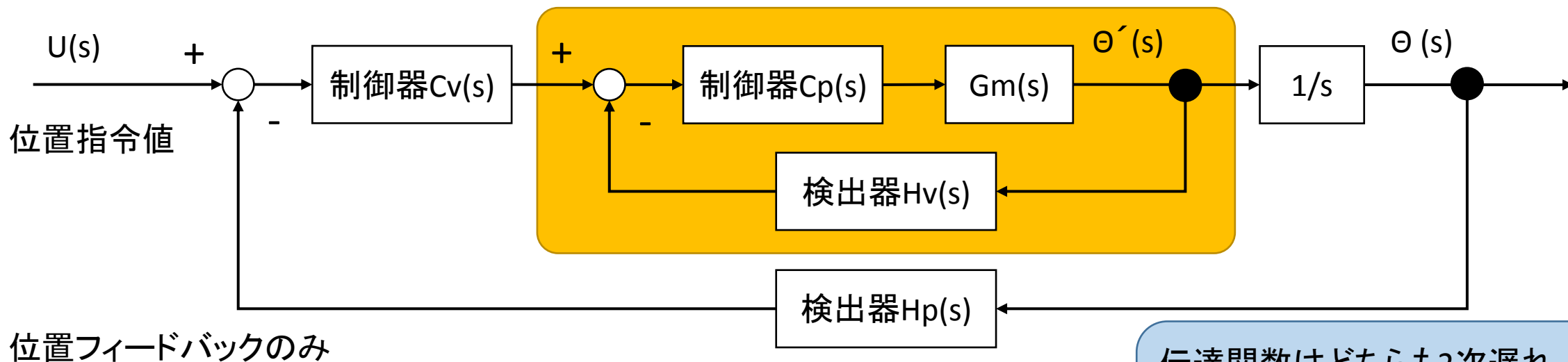
- フィードバックを行えば, 応答と指令値を比較できる
- センサで検出しているなので回転角の初期状態は結果的に分かる
- 厳密ではないモデル, 要素であっても制御可能



角速度に関しては制御されていない

DCモータの位置制御

速度マイナーループ



$$G(s) = \frac{C_p(s)G_m(s)\frac{1}{s}}{1 + C_p(s)G_m(s)\frac{1}{s}H_p(s)} = \dots = \frac{C_p(s)\frac{K_m}{T_m}}{s^2 + \frac{1}{T_m}s + C_p(s)\frac{K_m}{T_m}H_p(s)}$$

伝達関数はどちらも2次遅れ

$$G(s) = K \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

位置フィードバック+速度マイナーループ

$$G(s) = \frac{C_p(s)\frac{C_v(s)G_m(s)}{1 + C_v(s)G_m(s)H_v(s)}\frac{1}{s}}{1 + C_p(s)\frac{C_v(s)G_m(s)}{1 + C_v(s)G_m(s)H_v(s)}\frac{1}{s}H_p(s)} = \dots = \frac{\frac{C_p(s)C_v(s)K_m}{T_m}}{s^2 + \frac{1 + C_v(s)K_mH_v(s)}{T_m}s + \frac{C_p(s)C_v(s)K_mH_v(s)H_p(s)}{T_m}}$$

パラメータの組み合わせにより、固有周波数、減衰係数とも自由に調整できる

ここで例題

- 黒板で説明します。