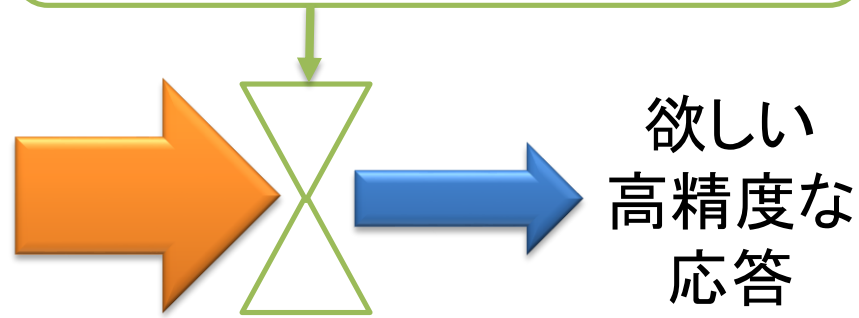


1. 制御とは何か
2. 制御対象を知る
3. 制御系を作る
4. 制御系の設計・改善

課題1に関係します.

# 制して 御すること



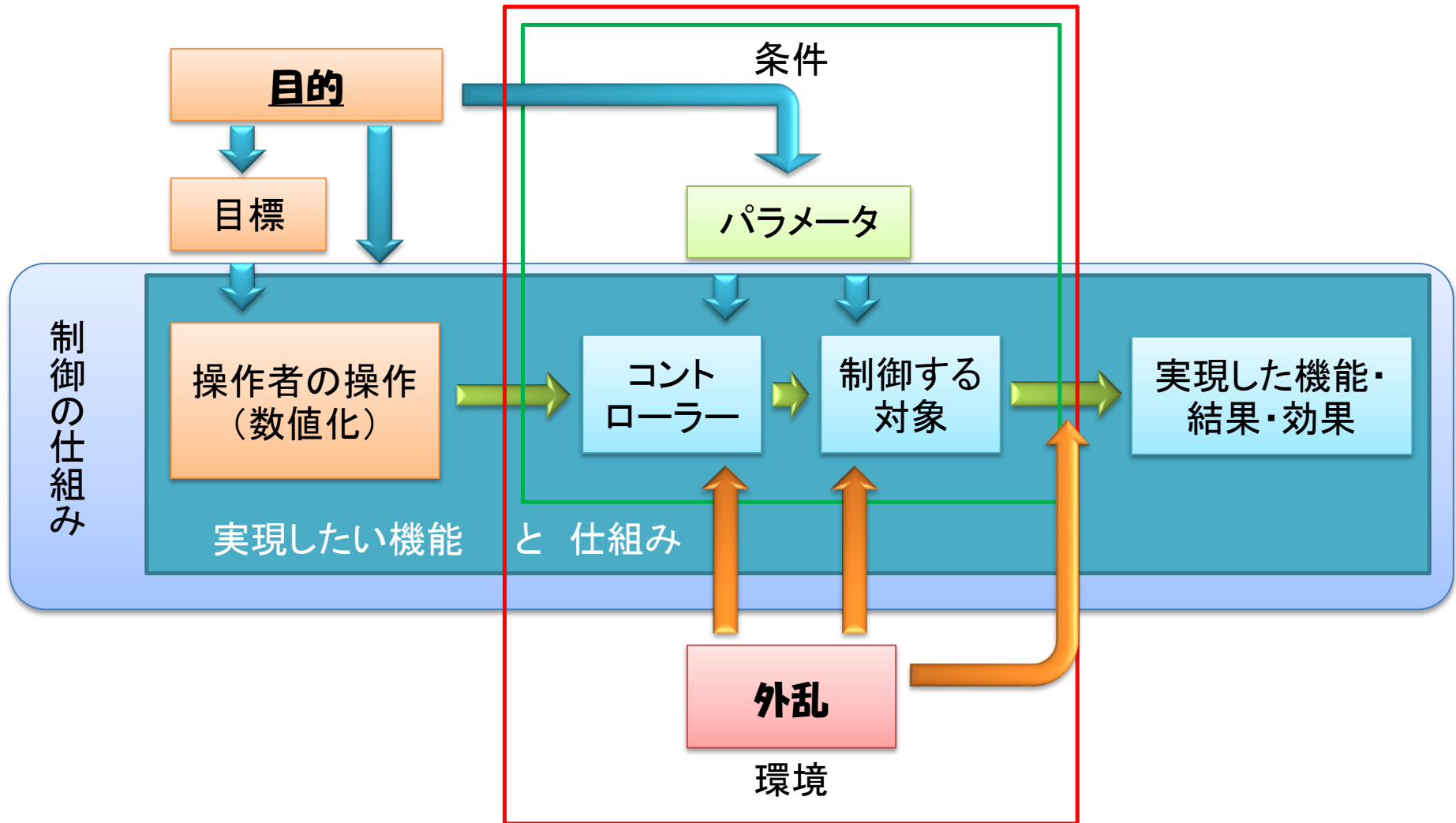
必要量に絞り, 設計した  
通りに動かす仕組み

# 人間や道具によるタスクの実行

人間の望む機能を実現  
できることが最終目標



# 制御の考え方

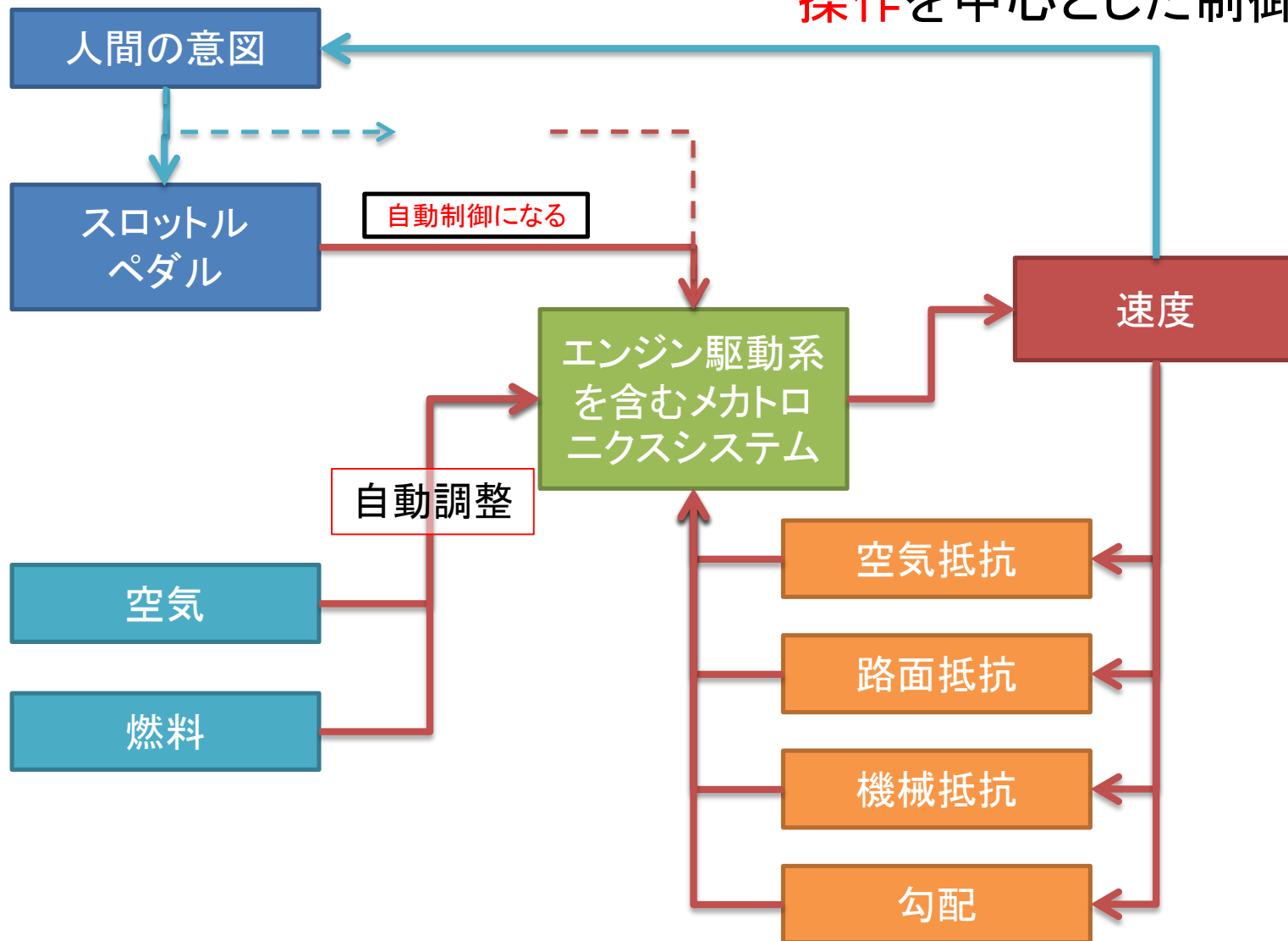


# 制御のいろいろ

制御法	操作	自動制御	自律制御
役割	機能拡大	支援	代行
目的決定 (意志)	操作者	操作者	操作者
目標設定 (行動原理)	操作者	操作者	制御系
判断	操作者	制御系	制御系
動作・調整	制御系	制御系	制御系
例(乗り物)			

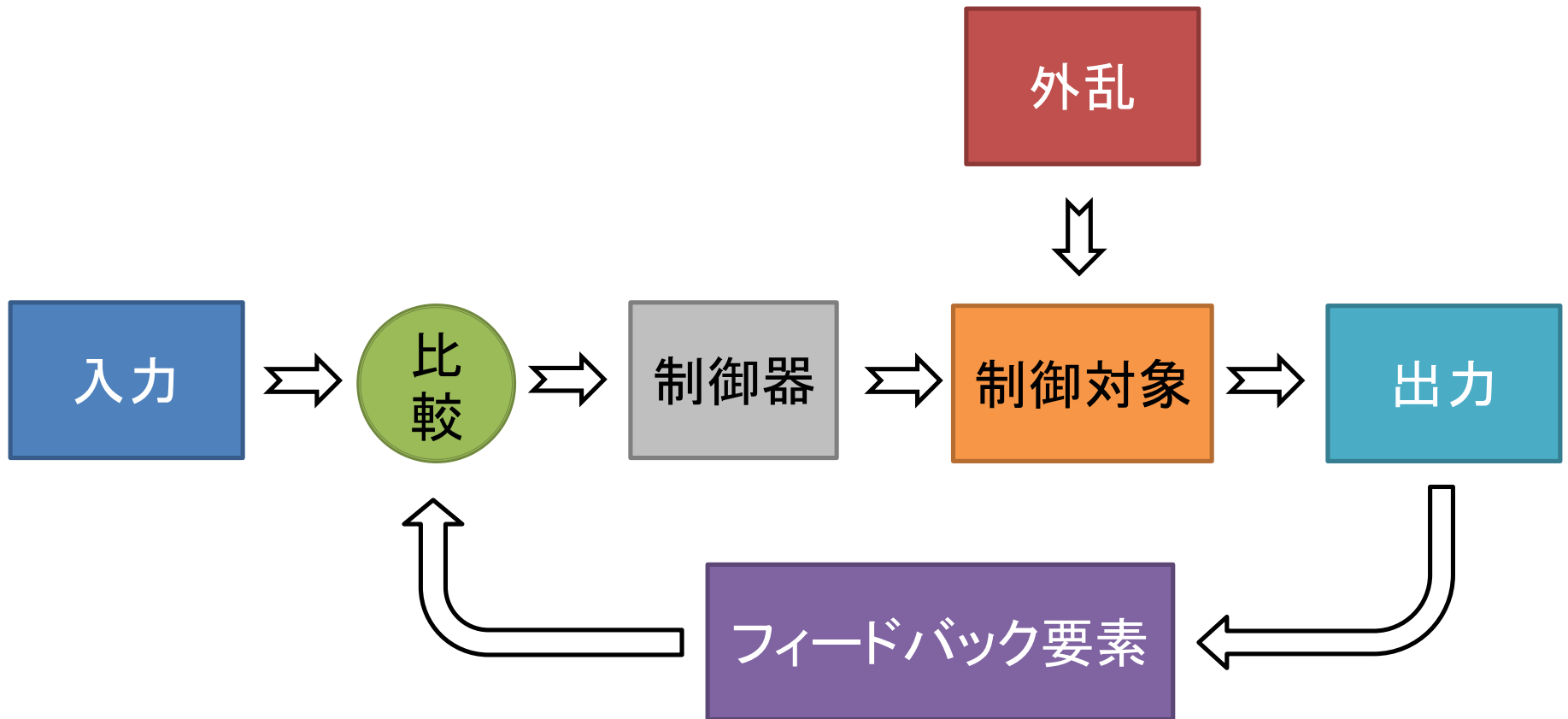
# 制御の面から自動車を考える

操作を中心とした制御システム

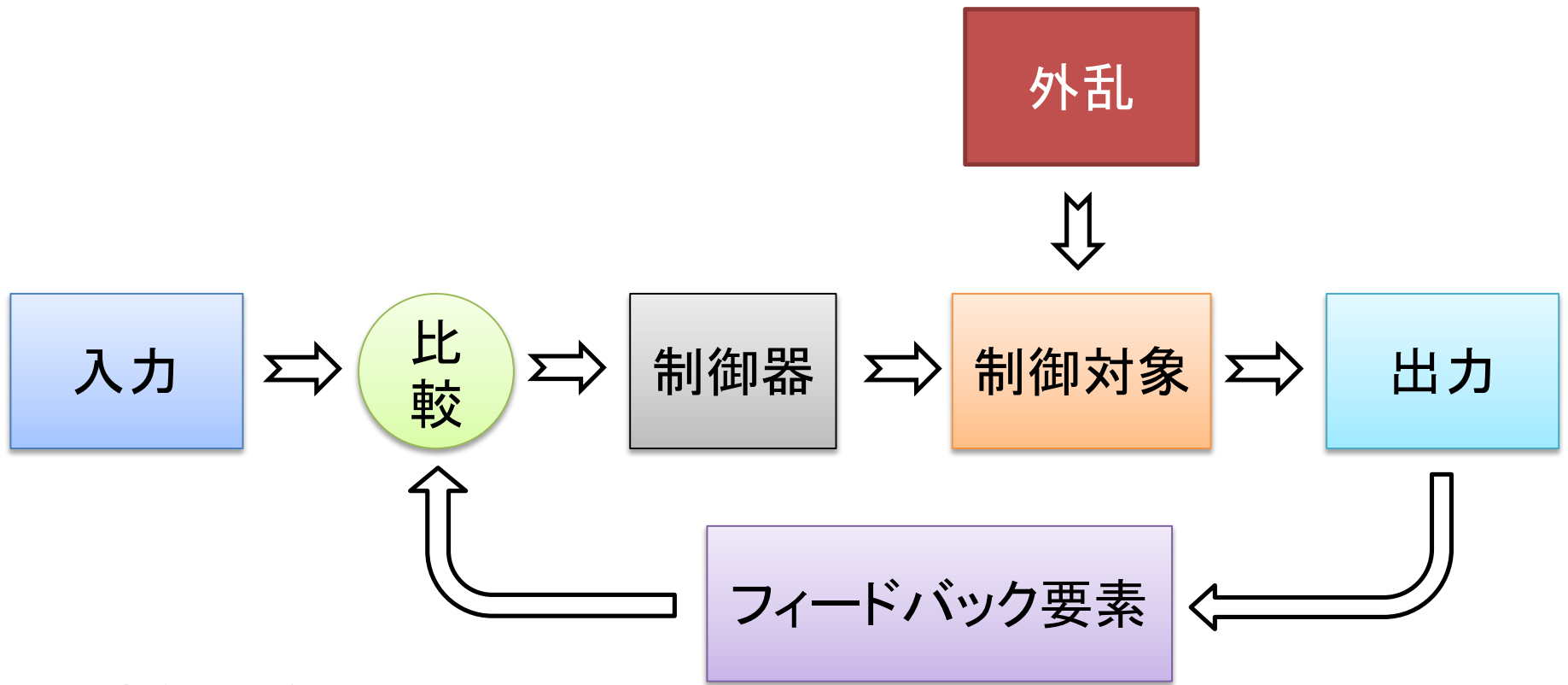


# 基本的な制御系の概念

制御の基本となる自動制御



課題1に関係します。



制御とは何か

**外乱とは？**



# 外乱とは？

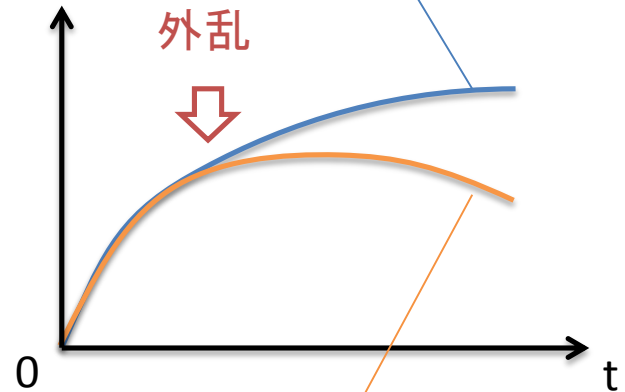


どんな条件でも欲しい結果が得られれば制御は不要

想定した対象の応答を阻害する要素



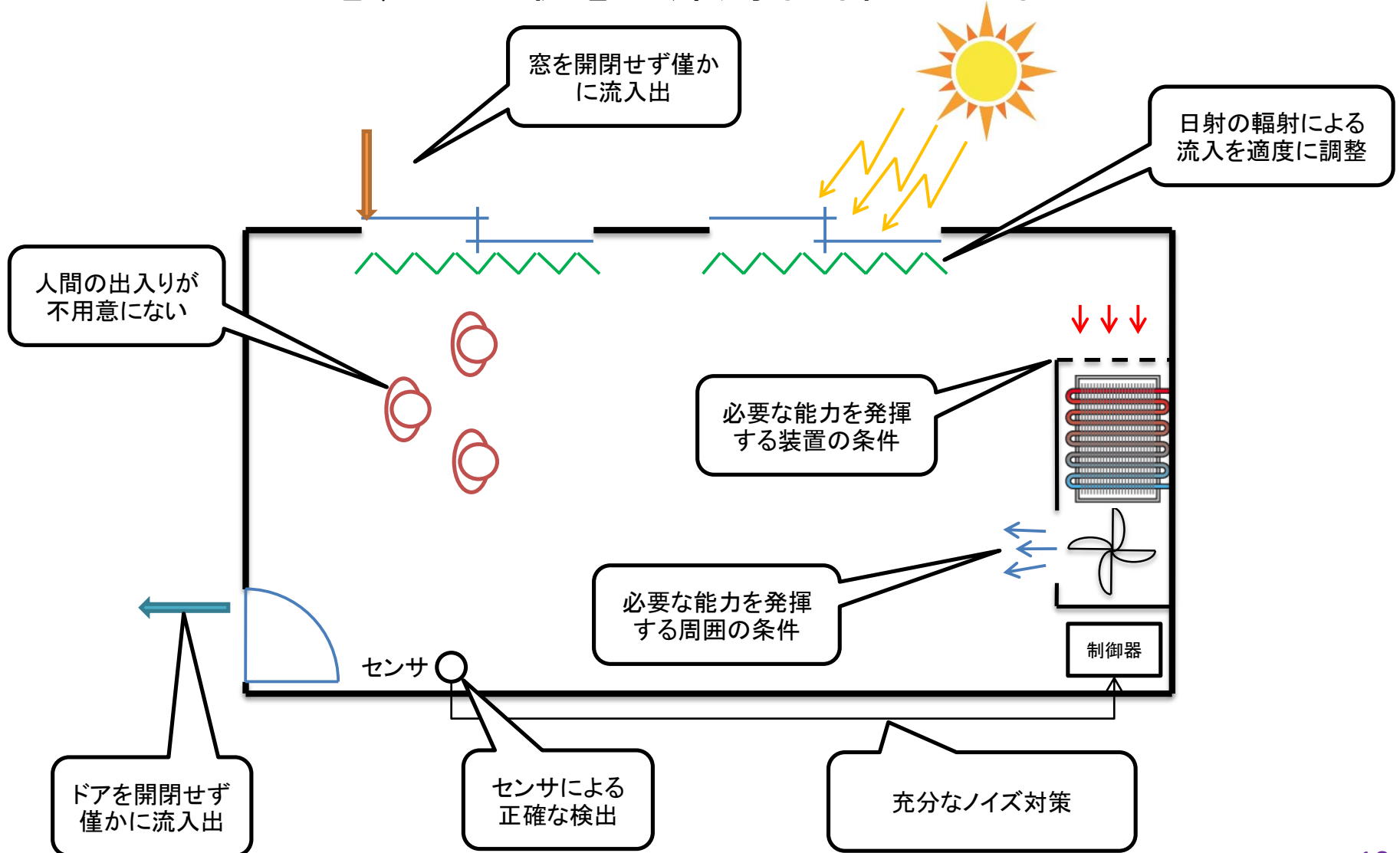
外乱により欲しい結果から外れる



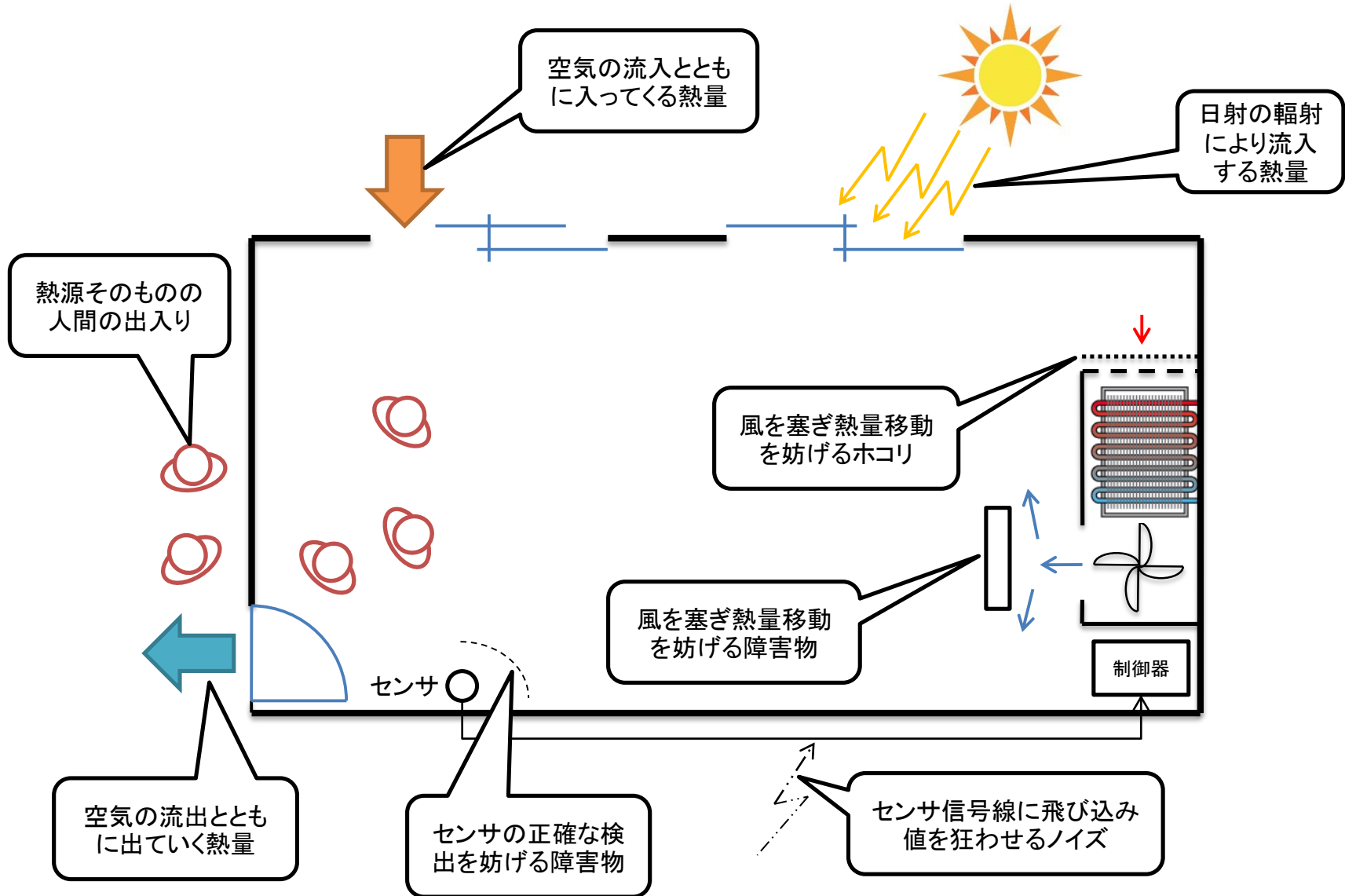
制御の重要な役割 → 外乱の影響を抑制  
外乱の影響が過大 → 想定外の結果

# 室温調整にとってのよい状態

想定内の状態→深刻な外乱ではない



# 室温調整にとっての深刻な外乱とは？



# 保つ制御 と 操る制御

## プロセス制御

- 欲しい状態を維持し続ける制御
  - 狙い通りの出力を得る
  - 応答が安定して変動しない
  - 外乱が加わっても確実に復旧

室温を保つ

化学反応速度を保つ

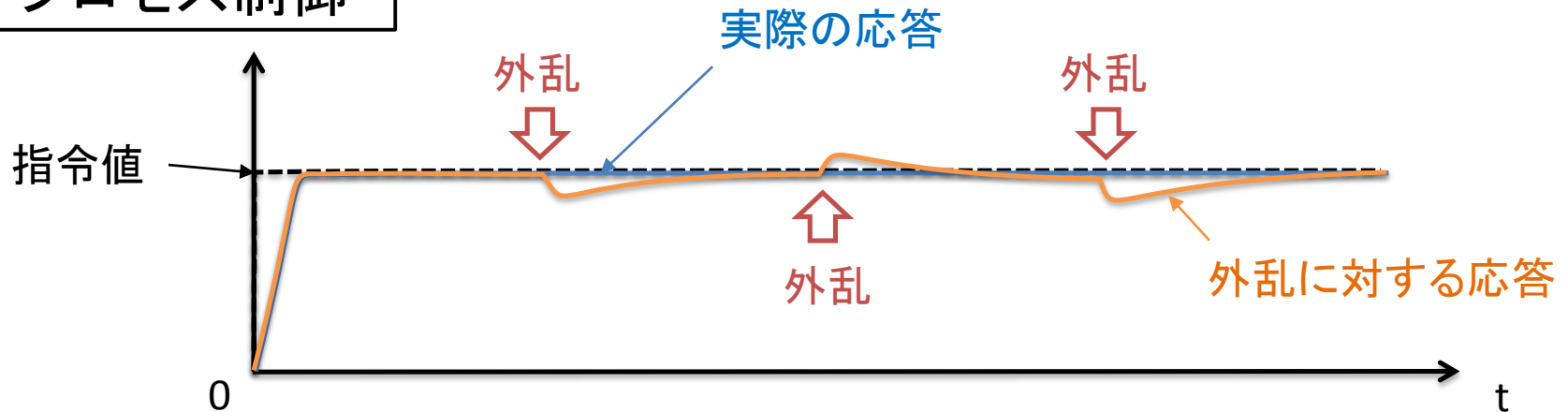
## サーボ制御

- 思い通りに操り, 変化に追従させる制御
  - 狙い通りの変化に応じた出力を得る
  - 応答が安定して滑らか
  - 外乱が加わっても確実に補完して狙いの変化

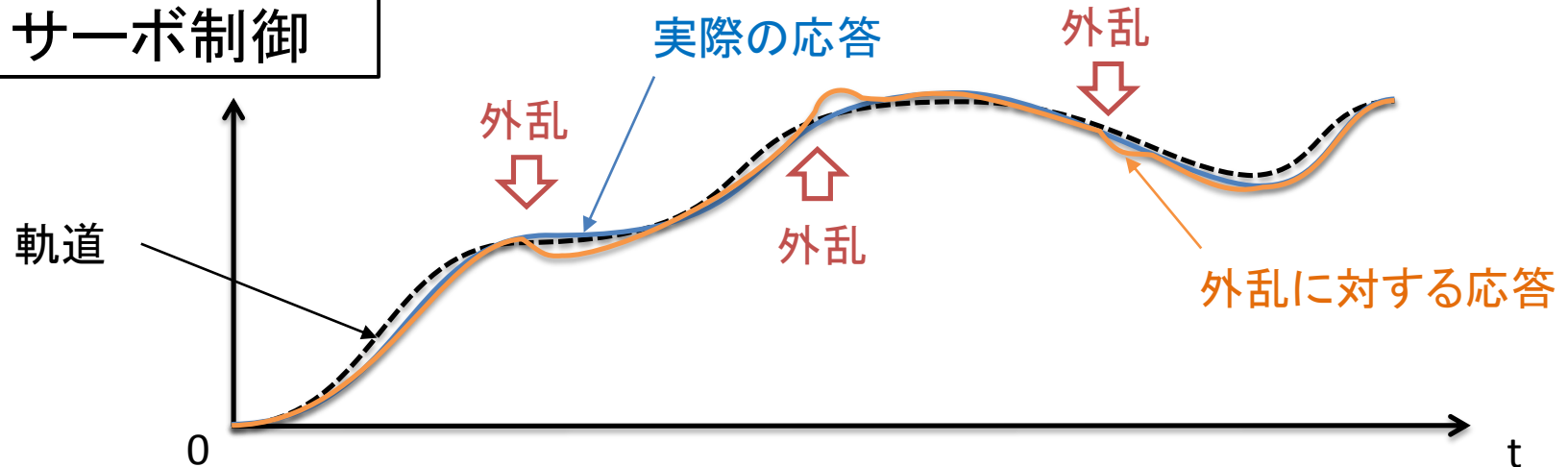
手先を軌道に合わせて動かす

# 外乱に対する応答

## プロセス制御

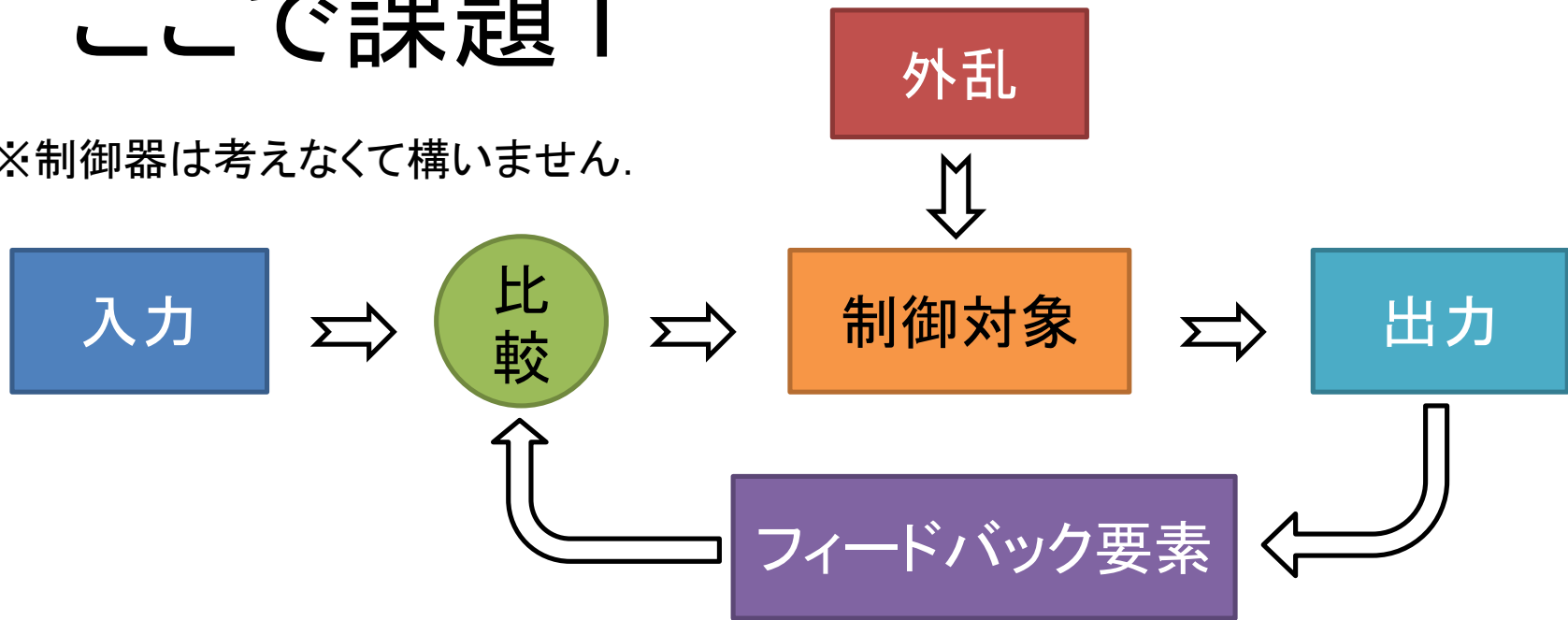


## サーボ制御



# ここで課題1

※制御器は考えなくて構いません。



- 周囲の人々と討論しながら考えてみましょう。
- 今の段階で想像する「制御」の仕組みを持つものを考えましょう。
- 正しい答えを書く必要はありません。
- 授業中の分は清書の必要はありません。

書くとよいもの

制御の目的, 何をしたいか

制御の効果, どのようにするか

制御の手段, 上記の各要素

1. 制御とは何か
- 2. 制御対象を知る**
3. 制御系を作る
4. 制御系の設計・改善

**課題2, 実験1, 課題3~4に関係します.**

# 制御モデル

例えばこんな式

$$m \frac{d^2}{dt^2} x + c \frac{d}{dt} x + kx + \alpha \left( \frac{d}{dt} x \right)^3 = f$$

## 1. 微分方程式

- 運動方程式など
- 時間変化の関係を表す

## 2. 近似

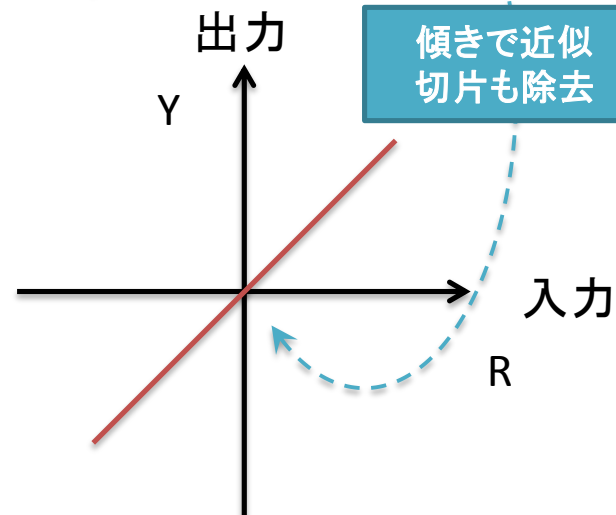
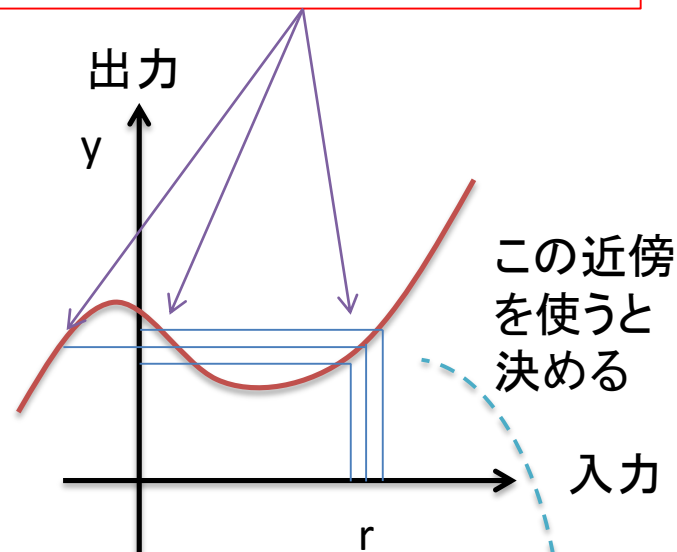
- 制御したい範囲(条件) ※を決定
- 制御可能な方程式に変換

## 3. 伝達関数

- 指令値に対する応答の関係



解が3つあっては制御できない



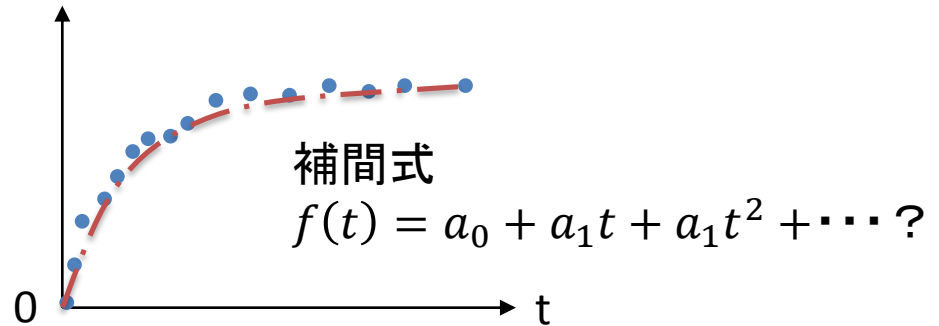
※主に扱う中心の状態(釣り合い)を平衡状態といい、制御則を決める基本



# 制御モデルの決め方

## 方法1

- **実際の動作**を計測して  
応答を示す数式やパラ  
メータの値を得る

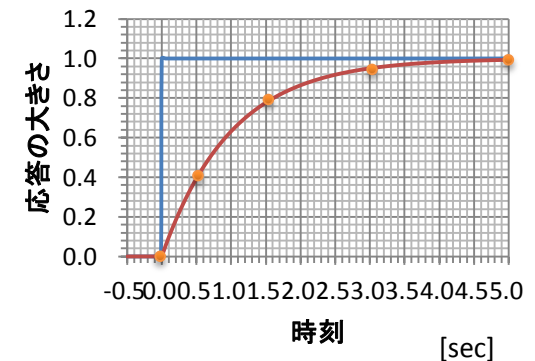


## 方法2

- 選択した対象の**既存の制御モデル**を選定
- **仕様書の値**を利用
- 足りない値を**実測**して  
パラメータの値を得る

$$y(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}})u(t)$$

モータ型番			RE40	
停動(起動)	mNm	A	2560	42.4
無負荷	rpm	A	7590	0.0686
最大効率時 (定格)	W	1	150	0.91
	rpm	A	7000	3.17
	mNm		187	
駆動電圧	V		48	
重量	g		480	



利用できる知見を**的確**に選択する発想も工学的に重要

# ラプラス変換

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

重解, 特殊解 (右辺が0ではない) が存在する  
ような複雑な微分方程式が楽に解ける

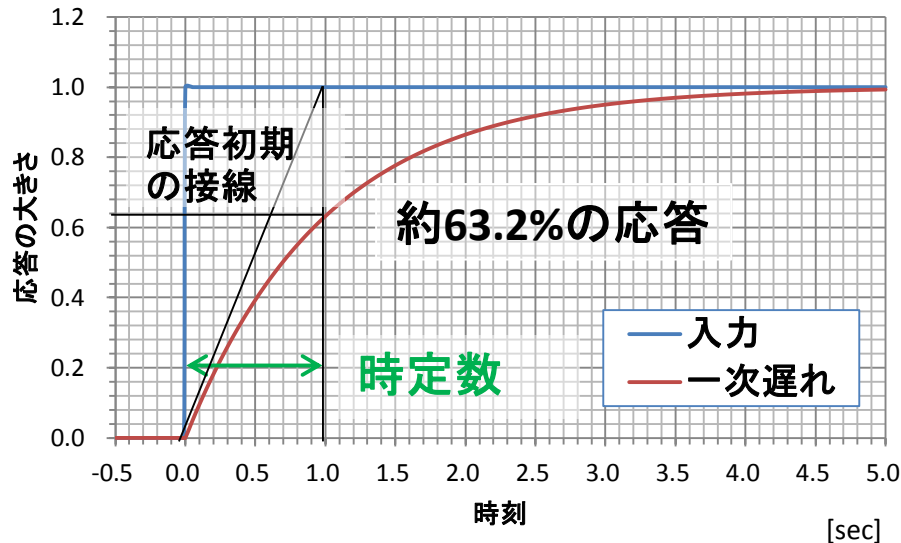
1. 初期値に注意すれば, 微分方程式を明快な代数方程式として解くことができるので簡単
2. 式のパターンから制御特性を見出しやすい



初期条件とラプラス変換表を使って簡単に解ける

今日はラプラス変換の結果を使うだけ

# 応答の代表例：一次遅れの応答



$$y(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}})u(t)$$

ラプラス変換した伝達関数

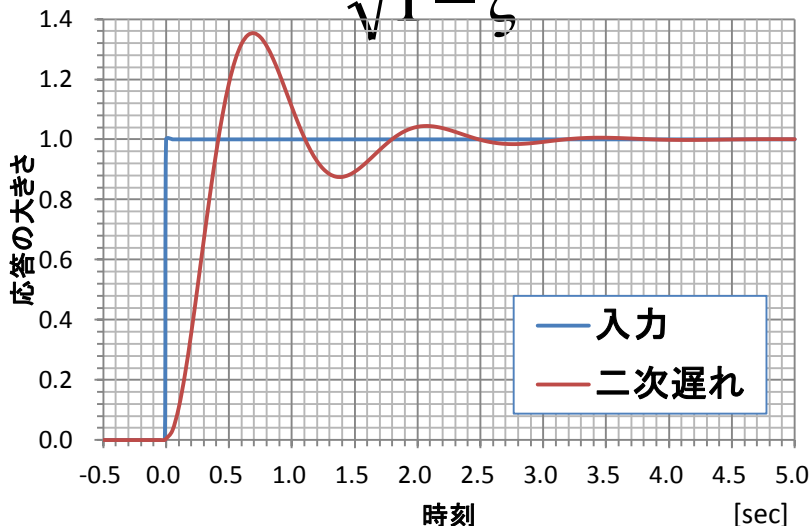
$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

ここが1次であり、遅れて応答するから1次遅れ

- 入力に加わった後
  - 初めは素早く応答
  - 時間が経つにつれて徐々になだらかに応答
  - 十分に時間が経つにつれ目標値に漸近

# 応答の代表例： 二次遅れの応答

$$y(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \left\{ \sqrt{1-\zeta^2} \omega_n t - \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right\} u(t)$$



ラプラス変換した伝達関数

$$G(s) = K \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

ここが2次であり、遅れて応答するから2次遅れ

- 入力に加わった後
  - 初めは素早く応答
  - 振動的に変化しながら目標値に向かう (ζによる)
  - 十分に時間が経つにつれ目標値に漸近

# (参考) 振動系をラプラス変換してみる

おなじみの運動方程式

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = f(t)$$

変形, 整理すると

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{dx(t)}{dt} + \frac{k}{m} x(t) = \frac{1}{m} f(t)$$
$$\frac{c}{m} = 2\zeta\omega_n \quad \frac{k}{m} = \omega_n^2$$



ラプラス変換後

$$s^2 X(s) + 2\zeta\omega_n s X(s) + \omega_n^2 X(s) = \frac{1}{m} F(s)$$

変形, 整理すると

$$X(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \frac{1}{\omega_n^2 m} F(s)$$
$$\frac{1}{\omega_n^2 m} = K \quad KF(s) = U(s)$$

2次遅れ系

$$X(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} KU(s)$$

係数の次元解析は忘れずに

$$K = \frac{1}{\omega_n^2 m} = \frac{1}{k} \quad \frac{1}{[N/m]} = [m/N]$$

# (DCブラシ付き)モータのコントロール

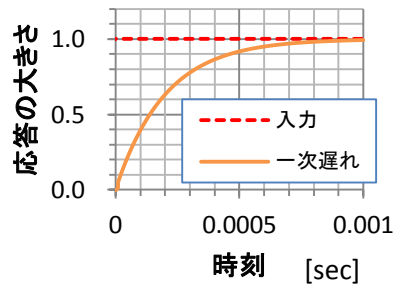
実物を触ってみてください。軸を回してみてください。

物理量		応用対象	センサ
回転角	$\theta$	ロボットアームの関節角	回転角センサ(ポテンショメータ, ロータリーエンコーダ, レゾルバ)
角速度	$\dot{\theta}$	車両の速度, 設備の運転状態	角速度センサ(タコジェネレータ, ロータリーエンコーダ, レゾルバ), 電子ガバナ(回転速度を推測)
トルク	$\tau$	柔らかい制御	トルクセンサ
角加速度	$\ddot{\theta}$	飛行機, ヒューマノイドの姿勢制御	外付けのジャイロセンサ
ジャーク	$\dddot{\theta}$	自律ヘリコプタの軌道・姿勢制御 エレベータや鉄道の乗り心地改善	演算によって算出

# ブラシ付きDCモータの特性を決める要素

## 電機子の電気特性

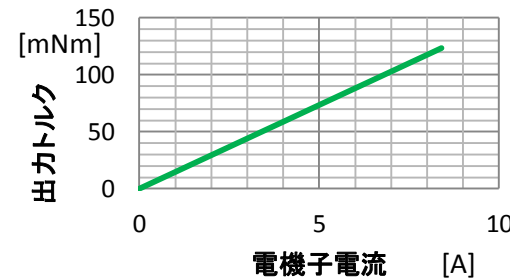
- 電圧Eが掛かったときの電流は一次遅れの応答



## 磁気回路の特性

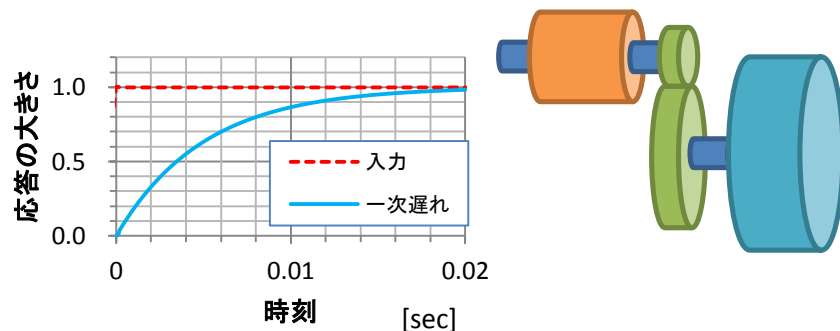
フレミング左手の法則

- 電流で即座に応答し、電流の大きさに比例した発生トルク



## モータの機械特性

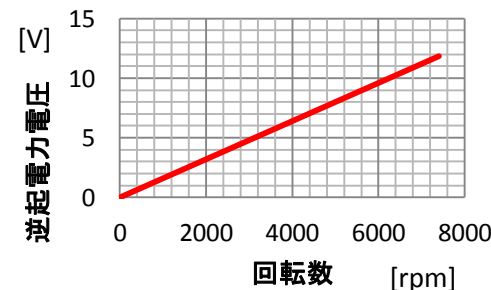
- 発生したトルクTを受けたとき回転数は一次遅れの応答



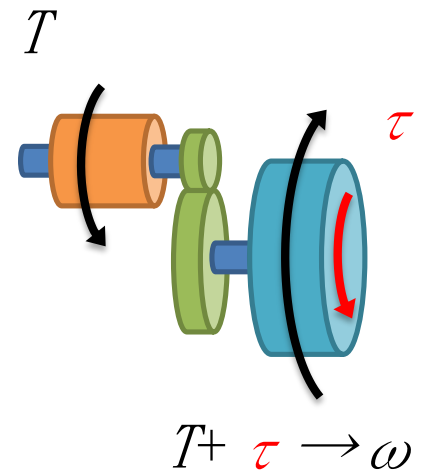
## 逆起電力

フレミング右手の法則

- 回転数で即座に応答し、回転数に比例した電圧EG
- 電圧EGは電圧Eを妨げて差となる



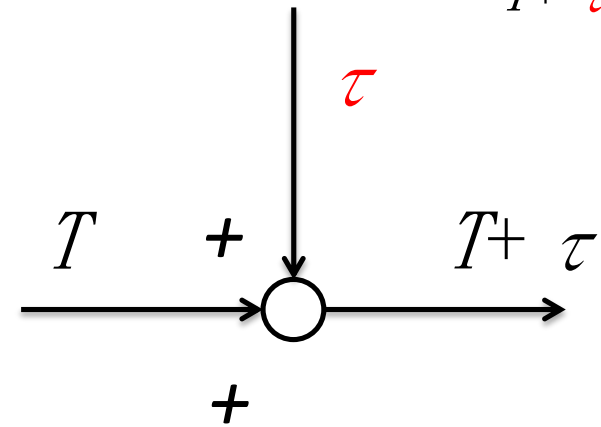
# 外乱の加わり方



1. 想定外の外部の要因により**制御の平衡状態を乱す要素**
2. 初期状態から**制御系の特性(定数)が変化すること(制御モデル誤差)**



狙い通りの制御ができず、  
欲しい機能が実現できない

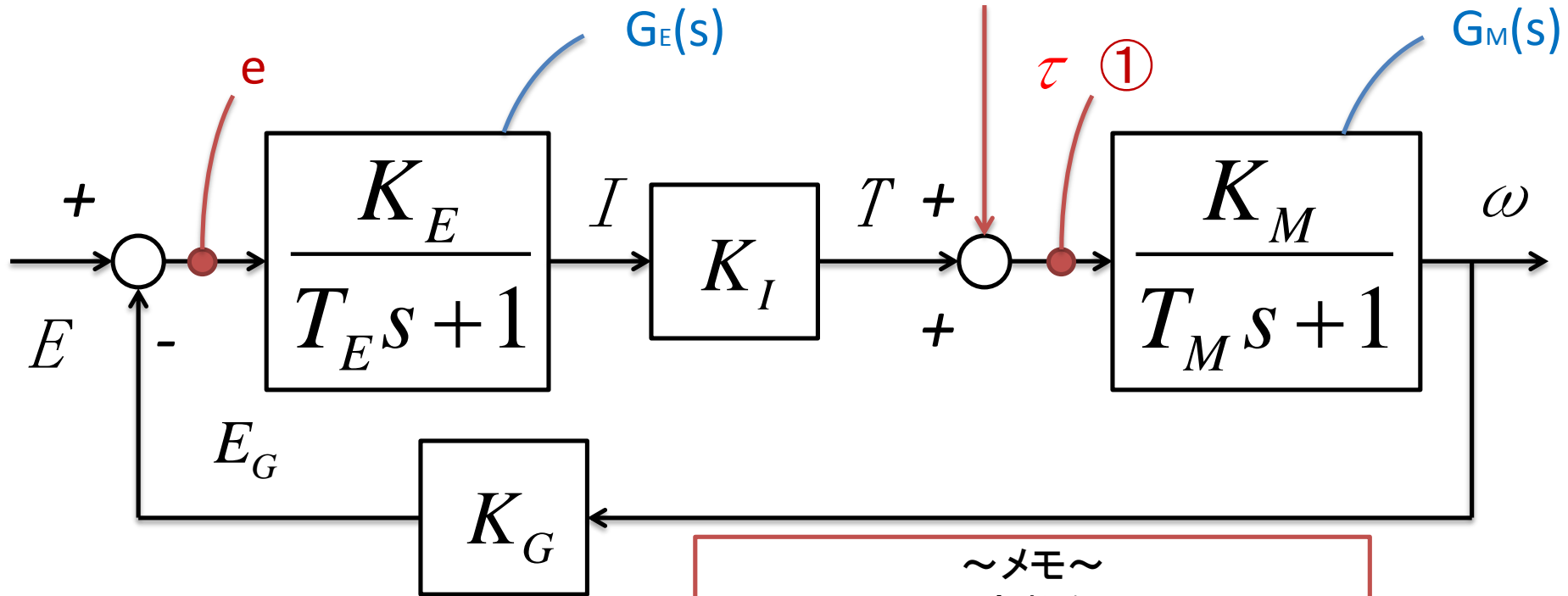


今日の実験  
外乱としてトルクを加える



# ここで課題2

目的: 入出力の関係を式で示す.



## 連立する方程式

$$\begin{aligned}
 e &= E - E_G \\
 \textcircled{1} &= T + \tau \\
 E_G &= K_G \omega \\
 T &= K_I G_E(s) e \\
 \omega &= G_M(s) \textcircled{1}
 \end{aligned}$$

～メモ～

以下の変数を用いる

$$K_G, E, G_E(s), K_I, \tau, G_M(s), \omega$$

中間式を以下のように置き,

$$G_E(s) = \quad G_M(s) =$$

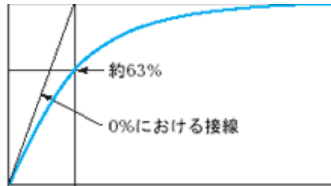
以下の式を求める.

$$\omega = ? E + ? \tau$$

余裕があれば, 中間式を代入.

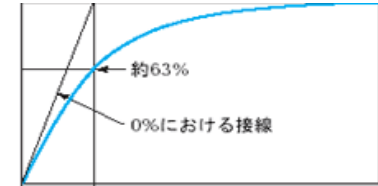
# モータ特性まとめ

## 電圧に対する回転数の応答

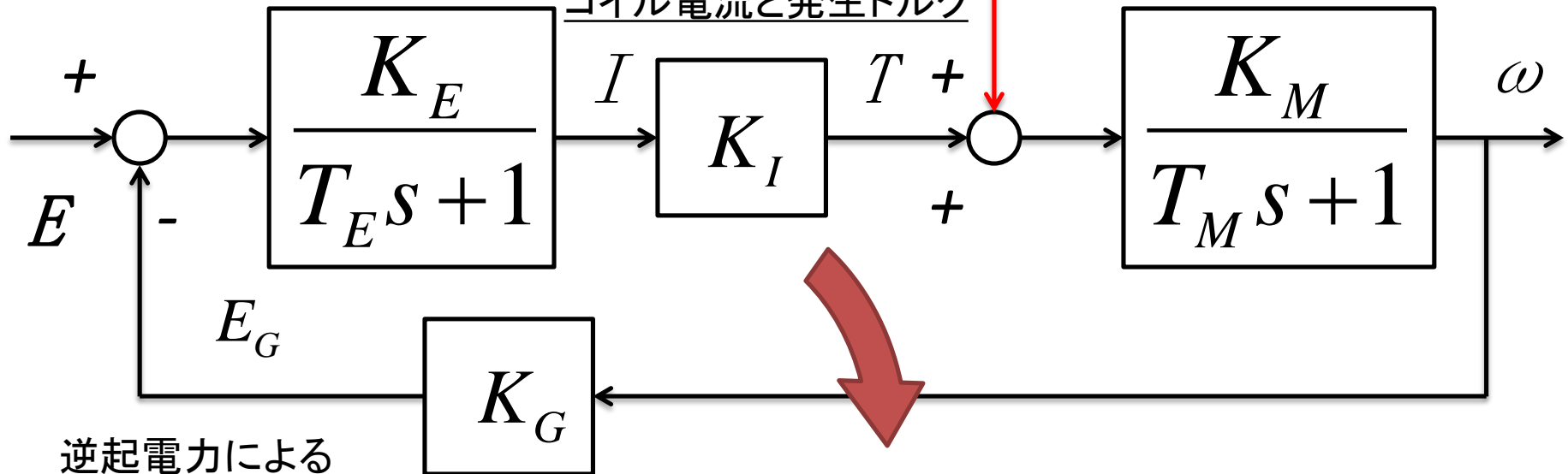


電機子の電圧と電流

回転数ではなく  
トルクに対しての外乱



トルクを受けた  
機械系の角速度



逆起電力による  
印加電圧の抑制

例)  $T = K_I I$

入力に伝達関数を  
かけたものが出力

各要素の特性をラプラス変換  
→ ブロック線図にまとめて表記  
代数演算可能

# モータ伝達関数

$$\omega(s) = \frac{G_E(s)K_I G_M(s)}{1 + G_E(s)K_I G_M(s)K_G} E + \frac{G_M(s)}{1 + G_E(s)K_I G_M(s)K_G} \tau$$

$$G_E(s) = \frac{K_E}{T_E s + 1}$$

$$G_M(s) = \frac{K_M}{T_M s + 1}$$

入力と外乱の伝達関数の違いを見ておいてください。

伝達関数を代入すると

実は2次遅れ系

$$\omega(s) = \frac{K_E K_I K_M}{T_E T_M s^2 + (T_E + T_M)s + 1 + K_E K_I K_M K_G} E + \frac{K_M}{T_E T_M s^2 + (T_E + T_M)s + 1 + K_E K_I K_M K_G} \tau$$

# モータの実例を考える

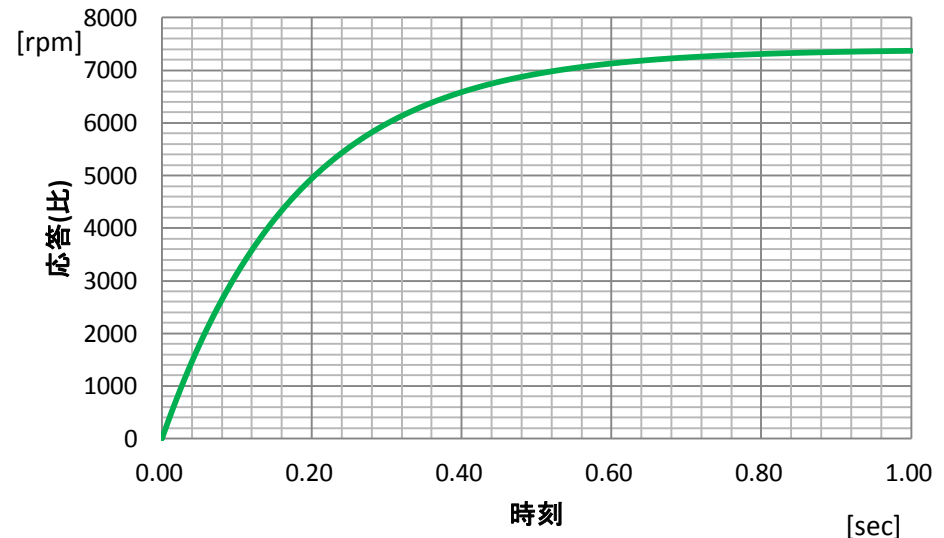
モータのスペックから算出したパラメータ

KE	0.714	A/V
KI	0.0147	Nm/A
KM	6230	rad/s/Nm
KG	0.0153	V/(rad/s)
TE	0.0000857	sec
TM	0.00000291	sec



2次遅れ(振動系と同じ)  
としてのパラメータ

$\omega_n$	253	rad/s
$\zeta$	23.0	1



モータの応答シミュレーション

これはどう見ても  
1次遅れの応答に  
そっくりではないか？

# (参考)モータのパラメータ代入

モータ電気回路の方程式

$$I(s) = \frac{1}{Ls + R} (E - E_G) = \frac{1/R}{L/R s + 1} (E - E_G)$$

$\begin{matrix} \nearrow K_E \\ \searrow T_E \end{matrix}$

モータ機構の運動方程式

$$J = J_R + \frac{J_L}{n^2}$$

$$\omega(s) = \frac{1}{Js + b} (T + \tau_{dis}) = \frac{1/b}{J/b s + 1} (T + \tau_{dis})$$

$\begin{matrix} \nearrow T_M \\ \searrow K_M \end{matrix}$

L	電機子インダクタンス	mH
R	電機子抵抗	$\Omega$
J	慣性モーメント	$\text{Kg}\text{m}^2$
b	粘性係数	$\text{Nm}/(\text{rad}/\text{s})$

$$\omega(s) = \frac{\frac{1}{K_G}}{\frac{LJ}{K_I K_G} s^2 + \frac{RJ + Lb}{K_I K_G} s + \frac{Rb}{K_I K_G} + 1} E + \frac{\frac{Ls + R}{K_I} \frac{1}{K_G}}{\frac{LJ}{K_I K_G} s^2 + \frac{RJ + Lb}{K_I K_G} s + \frac{Rb}{K_I K_G} + 1} \tau$$

$$\frac{RJ}{K_I K_G} = T_m \quad \text{機械的時定数 (モータの回路の特性も含む)}$$

$$\omega(s) = \frac{\frac{1}{K_G}}{T_E T_m s^2 + \left(T_m + \frac{Lb}{K_I K_G}\right) s + \frac{Rb}{K_I K_G} + 1} E + \frac{\frac{Ls + R}{K_I} \frac{1}{K_G}}{T_E T_m s^2 + \left(T_m + \frac{Lb}{K_I K_G}\right) s + \frac{Rb}{K_I K_G} + 1} \tau$$

		具体例	単位	考慮する点
L	電機子インダクタンス	0.12	mH	$L \ll R$ , $L \rightarrow$ 小
R	電機子抵抗	1.4	$\Omega$	
J	慣性モーメント	0.0000291	$\text{Kg m}^2$	
b	粘性係数	?	$\text{Nm}/(\text{rad/s})$	測りにくい, $b \rightarrow$ 小



$$Lb \rightarrow 0 \quad T_E \ll T_M$$

$$\frac{Rb}{K_I K_G} \rightarrow 0 \quad T_E \ll T_m$$

式の簡素化

式変形のため  
代入

$$\cong \frac{\frac{1}{K_G}}{T_E T_m s^2 + T_m s + 1} E + \frac{\frac{Ls + R}{K_I} \frac{1}{K_G}}{T_E T_m s^2 + T_m s + 1} \tau$$

$$\cong \frac{\frac{1}{K_G}}{T_E T_m s^2 + (T_E + T_m) s + 1} E + \frac{\frac{Ls + R}{K_I} \frac{1}{K_G}}{T_E T_m s^2 + (T_E + T_m) s + 1} \tau$$

$$= \frac{1}{K_G} \frac{1}{T_E s + 1} \frac{1}{T_m s + 1} E + \frac{Ls + R}{K_I} \frac{1}{K_G} \frac{1}{T_E s + 1} \frac{1}{T_m s + 1} \tau$$

$$\approx \frac{1}{K_G} \frac{1}{T_m s + 1} E + \frac{Ls + R}{K_I} \frac{1}{K_G} \frac{1}{T_m s + 1} \tau$$

機構要素の影響が大半

# (参考)モータの実例を考える

$$\omega(s) \approx \frac{1}{K_G} \frac{1}{T_m s + 1} E + \frac{R}{K_I} \frac{1}{K_G} \frac{1}{T_m s + 1} \tau$$

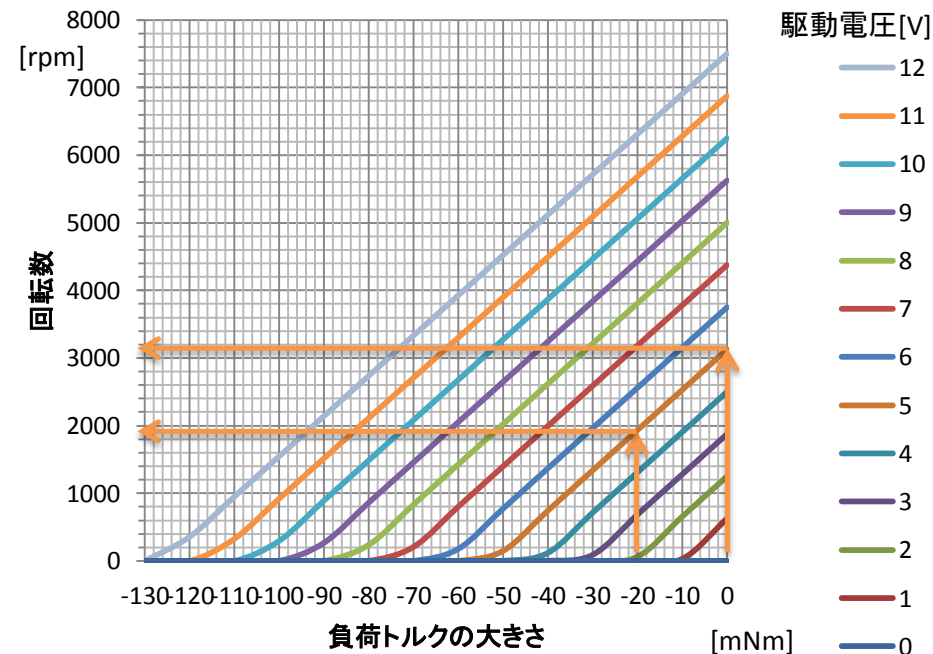
		具体例	単位
L	電機子インダクタンス	0.120	mH
R	電機子抵抗	1.40	Ω
J	慣性モーメント	0.0000291	Kgm <sup>2</sup>
KI	トルク定数	14.7	mNm/A
KG	誘起電圧定数	1.60	V/1000rpm
Tm	機械的時定数	17.0	msec

	具体例	単位
最大トルク	117.6	mNm
最大駆動電圧	12	V
無負荷最大回転数	7400	rpm

$$\omega(t) \approx \frac{1}{K_G} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_m}}\right) E + \frac{R}{K_I} \frac{1}{K_G} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_m}}\right) \tau$$

$$= 625 \left(1 - e^{-\frac{t}{0.017}}\right) E + 59.5 \left(1 - e^{-\frac{t}{0.017}}\right) \tau$$

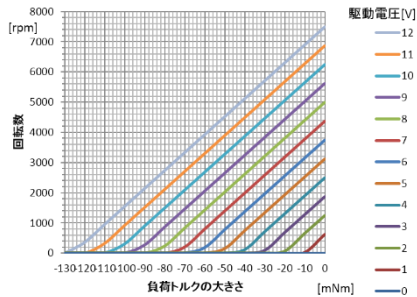
[rpm/V]                      [V]   [rpm/mNm]                      [mNm]



5V駆動時、最大トルクの15%の  
負荷で回転数は40%落ちることが  
分かる

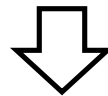
# 考えてみよう

## 分かったこと

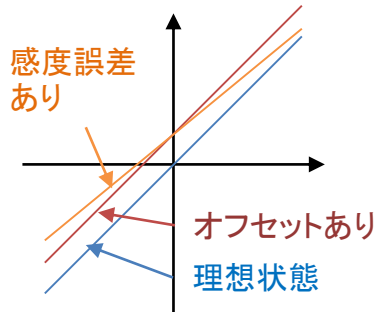
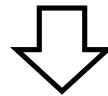


電圧と回転数の関係

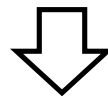
負荷(外乱)トルクと回転数低下の関係



電圧を決定しトルクセンサで制御できそう？



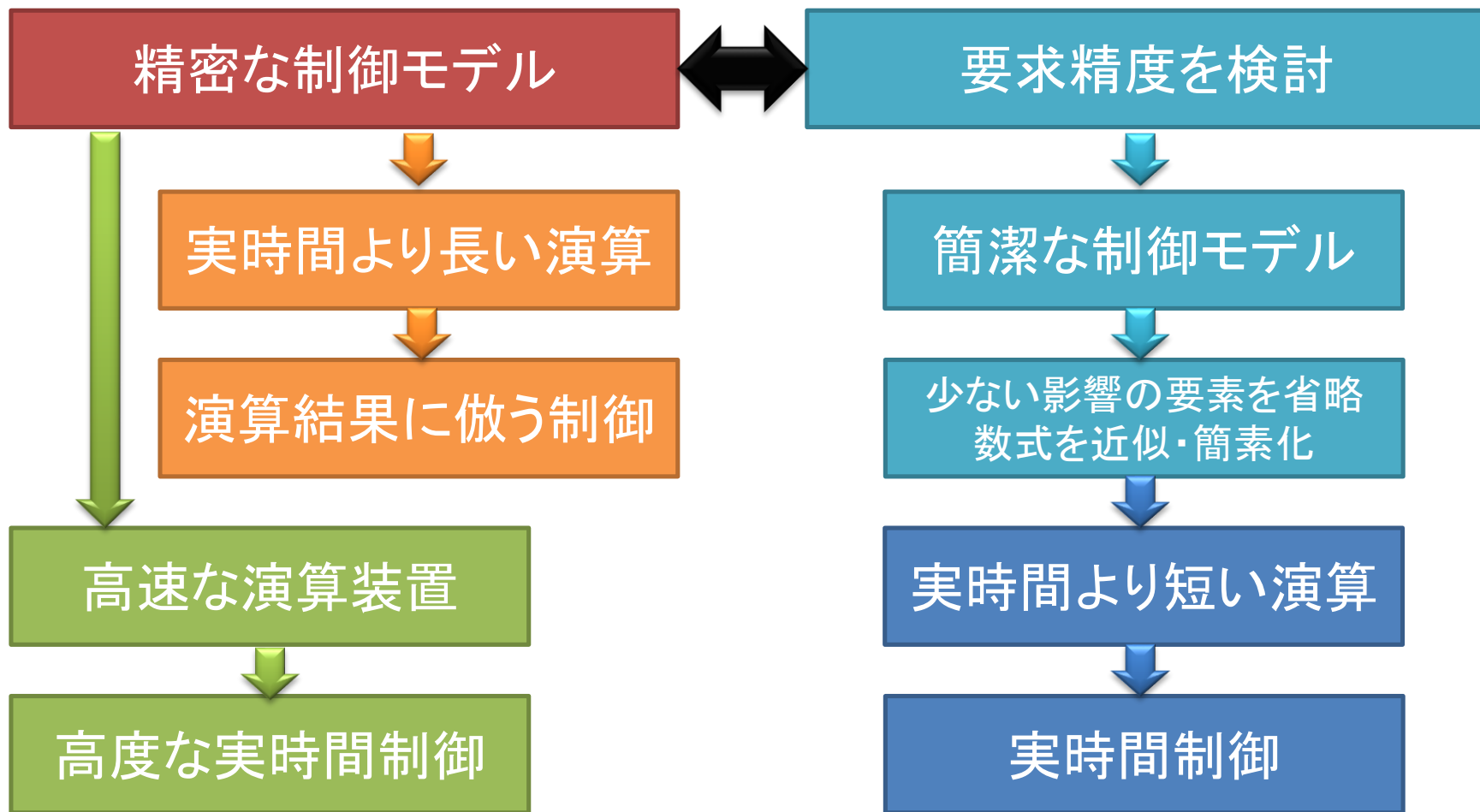
トルクセンサの利用は簡単ではない



電圧を決定し回転数センサで制御しようかな？



# モータのモデリング精度



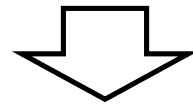
制御の利用目的を考えよう

演算精度と演算速度のバランスを考えよう

# 課題2で折角モータの伝達関数を算出したのですが...

## 要求仕様

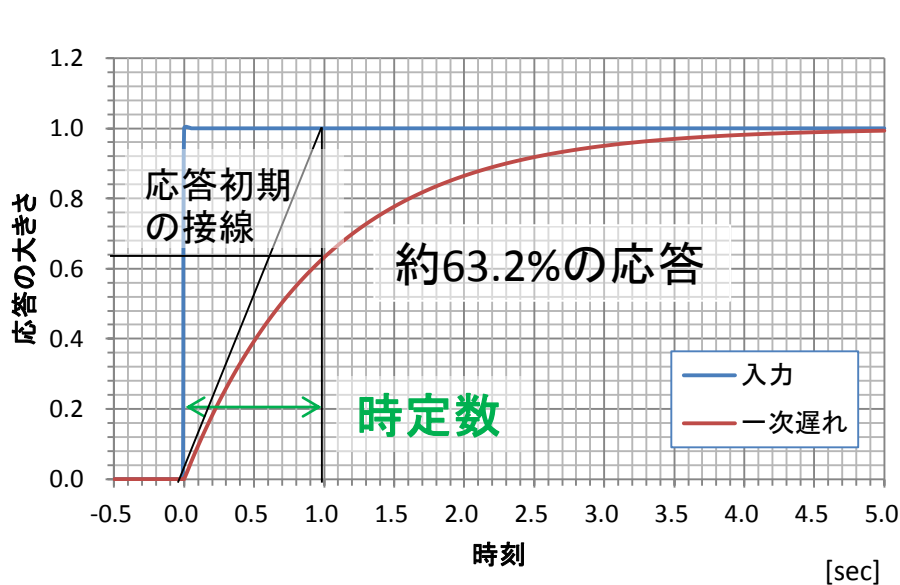
1. 誤差の要求は厳しくない(数%でも問題ない)
2. 実時間で制御を行う必要性



- 制御モデルは簡潔であることが必要
- 課題2より更に簡潔なモデルを利用

- 一度, 精密なモデルを作る
- 目的に立ち返り, 何を重視するのか考え直す  
→ 工学的に有効な考え方

# 一次遅れの系のパラメータ

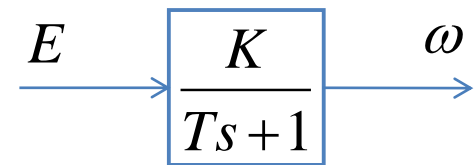


$$y(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}})u(t)$$

ラプラス変換した伝達関数

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

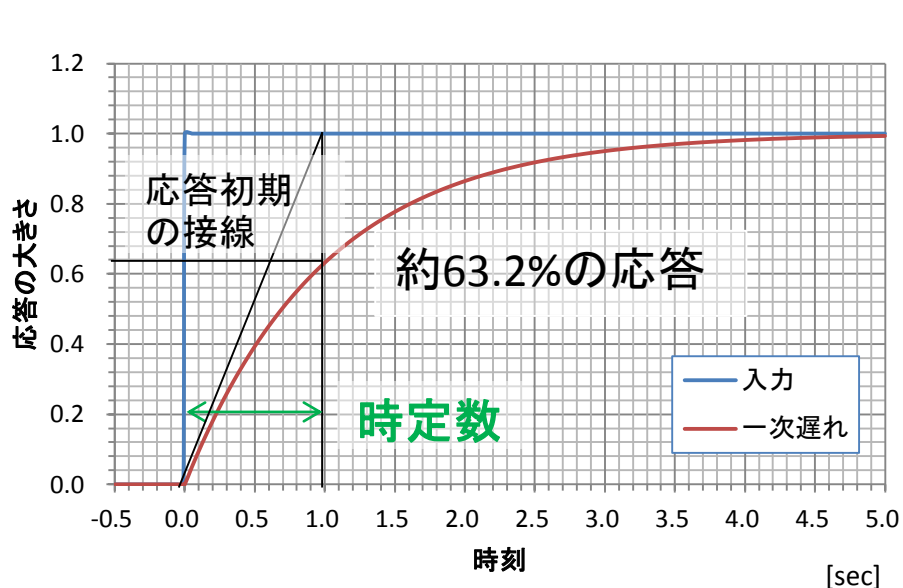
- $T$ : 時定数 ( $1 - (1/e) \doteq 63.2\%$ になるまでの時間)
- $K$ : ゲイン係数
- $4 \sim 5T$ : 整定時間



# ここで実験1 モータの「素」の特性を知る

## 課題3～4

モータのそのものの特性を測定→パラメータを同定→制御モデルを決定

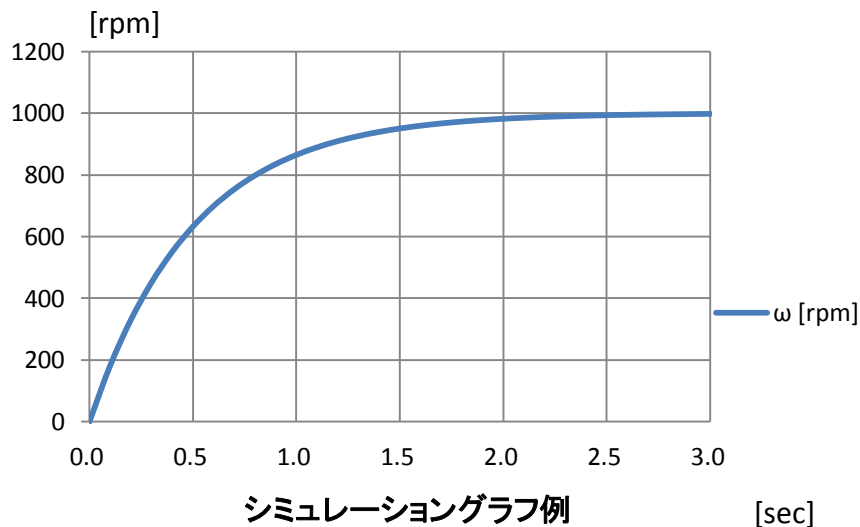


T: 時定数 ( $1 - (1/e) \doteq 63.2\%$ になるまでの時間)

K: ゲイン係数=1に実験プログラム内で調整

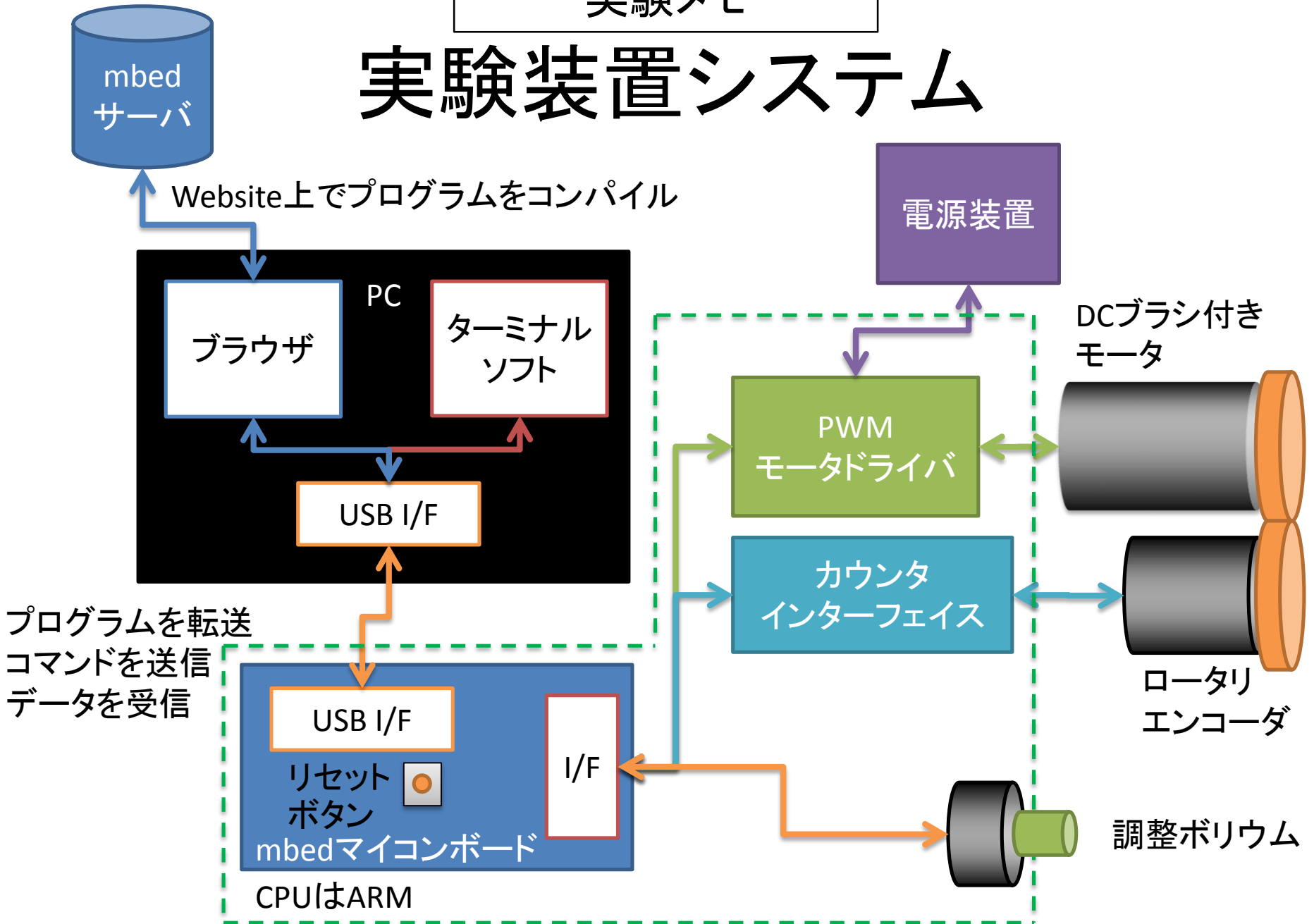
4～5T: 整定時間

$$y(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}})u(t)$$



実際の応答と求めたパラメータを上記の式に代入したグラフを比較してみよう

# 実験装置システム



# 機械工学実験1

## 制御対象の特性解析と制御系設計

実験レポートに貼付する  
実験データに関する  
アドバイス

# 注意事項

- 実験データが非常に多い

→毎回タイトルをつけ, USBメモリに保存すること  
(後で他のモータとの比較, 考察があります)

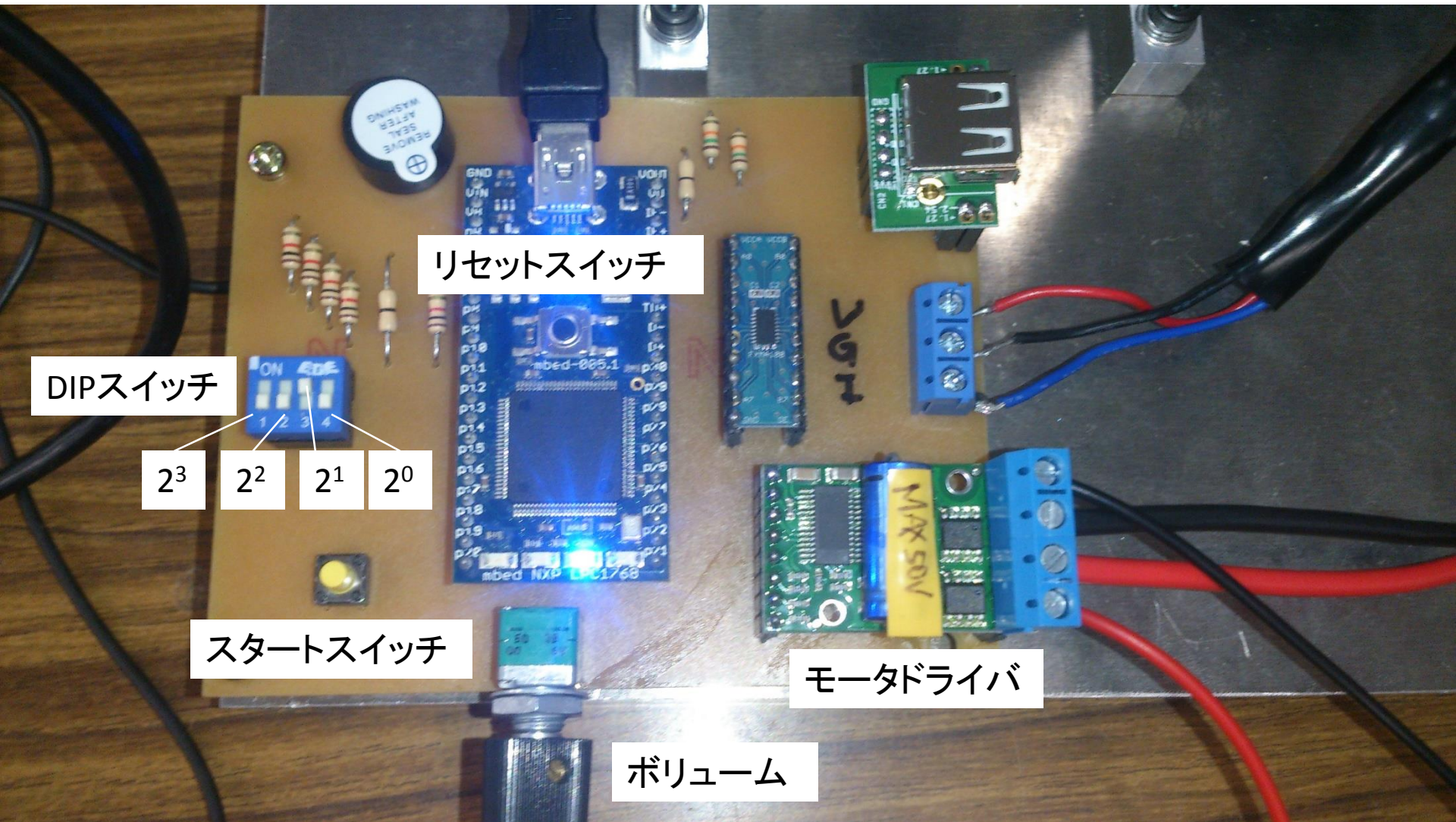
・外乱は最高回転数に達してから(≒3s)ボタンを2s以上, 2回程度行って下さい

・各モータによって与える電圧が異なりますので, 確認してから実験を始めて下さい

・DIPスイッチは実験1では2, 実験2では3を使用

# 実験メモ

## 実験装置の回路周辺



リセットスイッチ

DIPスイッチ

$2^3$

$2^2$

$2^1$

$2^0$

スタートスイッチ

モータドライバ

ボリューム



# 課題3と4について

- 無駄時間Lは求める必要はありません。  
(僅少で難しい.)
  - 係数Kについては回転数/モータ電源電圧
  - 時定数Tは応答が63.2%に達した時間から求めてください。
  - Tを理論式に代入し, tを適当な刻みで変化させ, Excelでグラフを作成してください。  
入力値は右記電圧値。
- 説明と考察は必ず書いてください。

(参考)

事実: 現象そのもの, 実験結果そのもの

観察: 努めて客観的立場からの現象・状態の記録

考察: 客観的事実(実験値)を基に論理的に得た知見(ほぼ事実を説明)

推論: 客観的事実(実験値)と自らの知見から導出される結論や新たな情報

予測: 従来知見を基に考え得る未知の事象への解釈(考察を伴うことで妥当性向上)

推測: 従来知見を基に考え得る既知の事象への解釈(考察を伴うことで妥当性向上)

解釈・想像: 自らの知見による主観に基づく考え(実験時の状態など未測定事象)

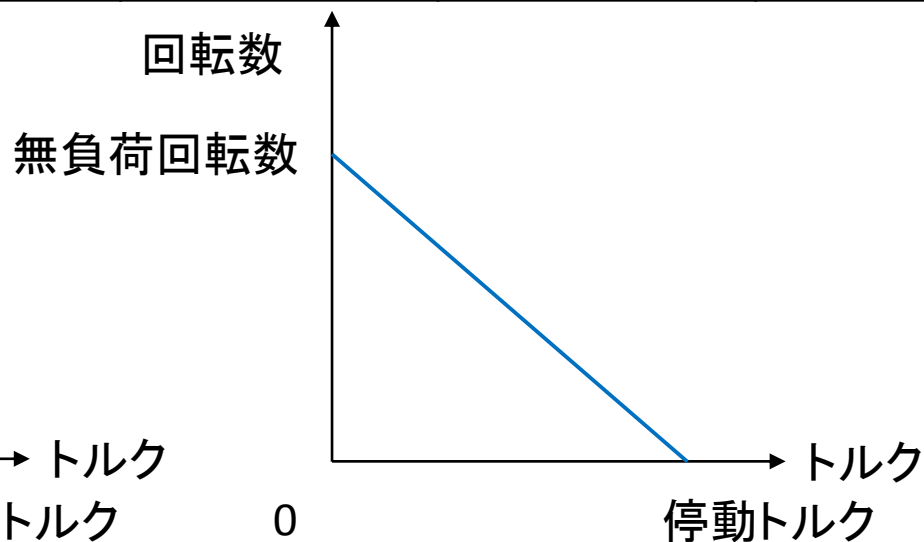
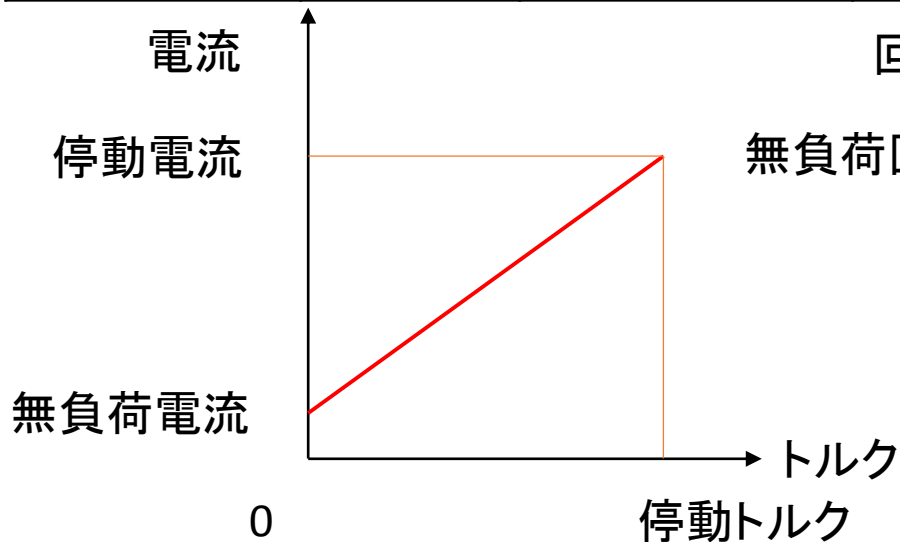
感想: 主観による意見, 情緒的な表現. 事実そのものにはほとんど言及していない。

モータ	駆動電圧	出力	起動トルク
タミヤモータ	7.2 V	63.2 W	196 mNm
マブチモータ	24 V	137W	388 mNm
シチズンモータ	12 V	14.6 W	118 mNm
マクソンモータ	48 V(30V, 24V)	150W	2560 mNm

$$y(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) u(t)$$

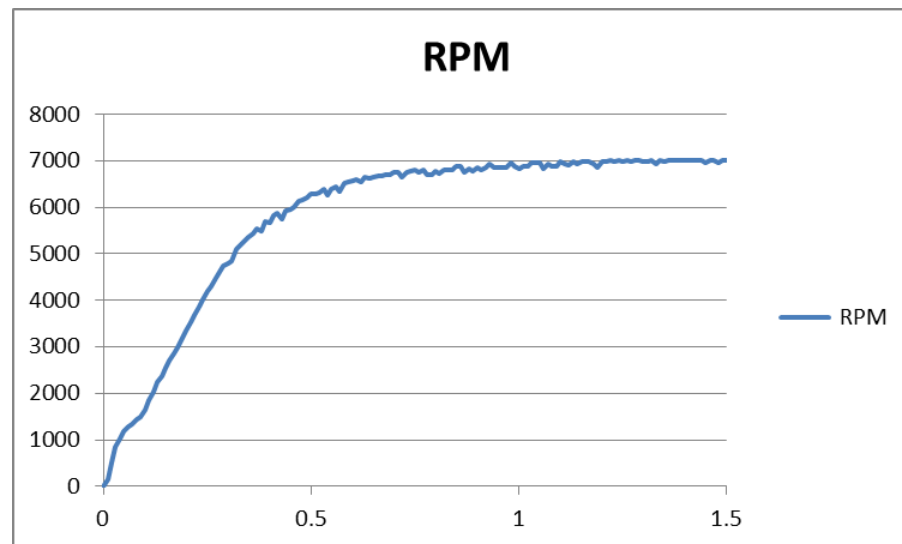
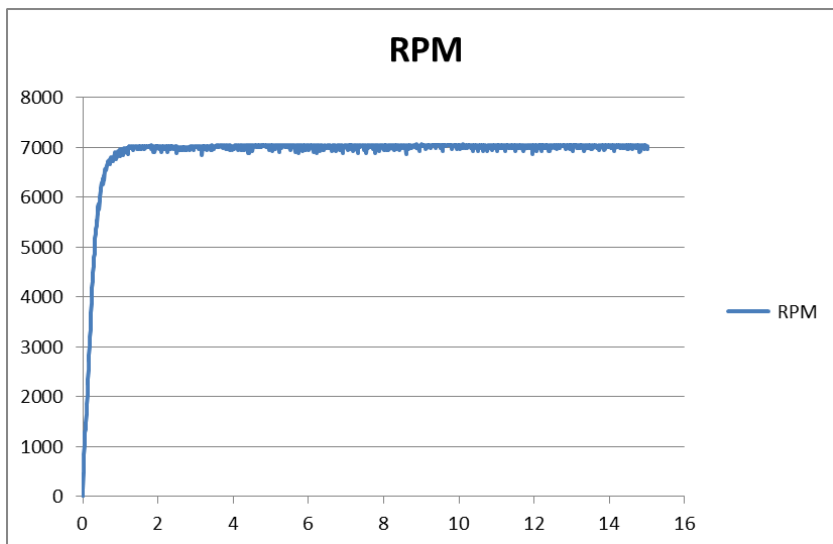
# モータのスペック

実験機のモータ			RS-540SH		RS-755VC (3765)		C-326401		RE40	
停動(起動)	mNm	A	196	70.0	388	13.7	118	8.40	2560	42.4
無負荷	rpm	A	23400	2.40	7408	0.439	7400	0.140	7590	0.0686
最大効率時 (定格)	W	1	63.2	0.72	137	0.66	14.6	0.72	150	0.91
	rpm	A	19740	13.0	6050	10.4	5850	1.85	7000	3.17
	mNm		30.6		130		24.5		187	
駆動電圧	V		7.2		24		12		48	
重量	g		160		336		260		480	
価格	円		1,000		3,000		20,000		80,000	



# 実験1 制御対象の特性の計測

- 課題3:  
モータの特性(立ち上がり方, 時定数等)を知る



# 実験1 制御対象の特性の計測

- 課題3: データの貼付例

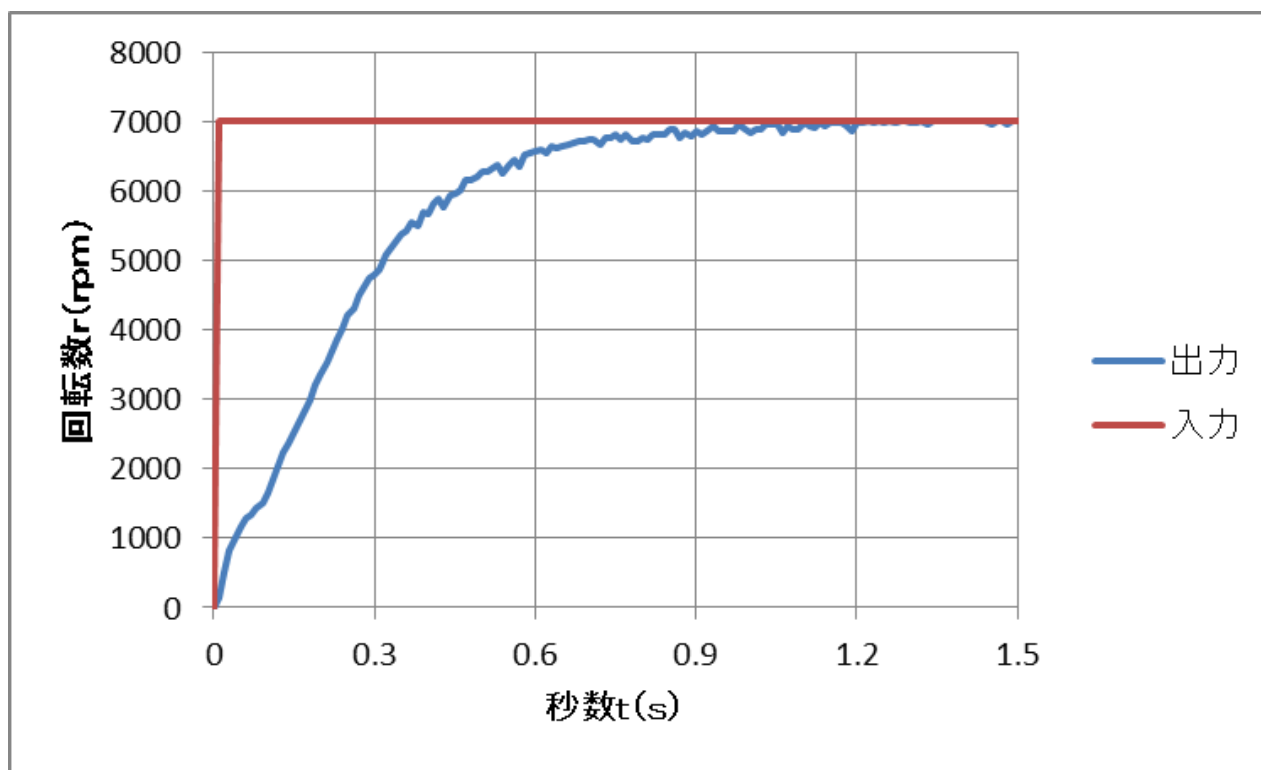


Fig.1 マブチモータのステップ入力に対する応答特性

# 実験1 制御対象の特性の計測

- 課題4: 理論値との比較

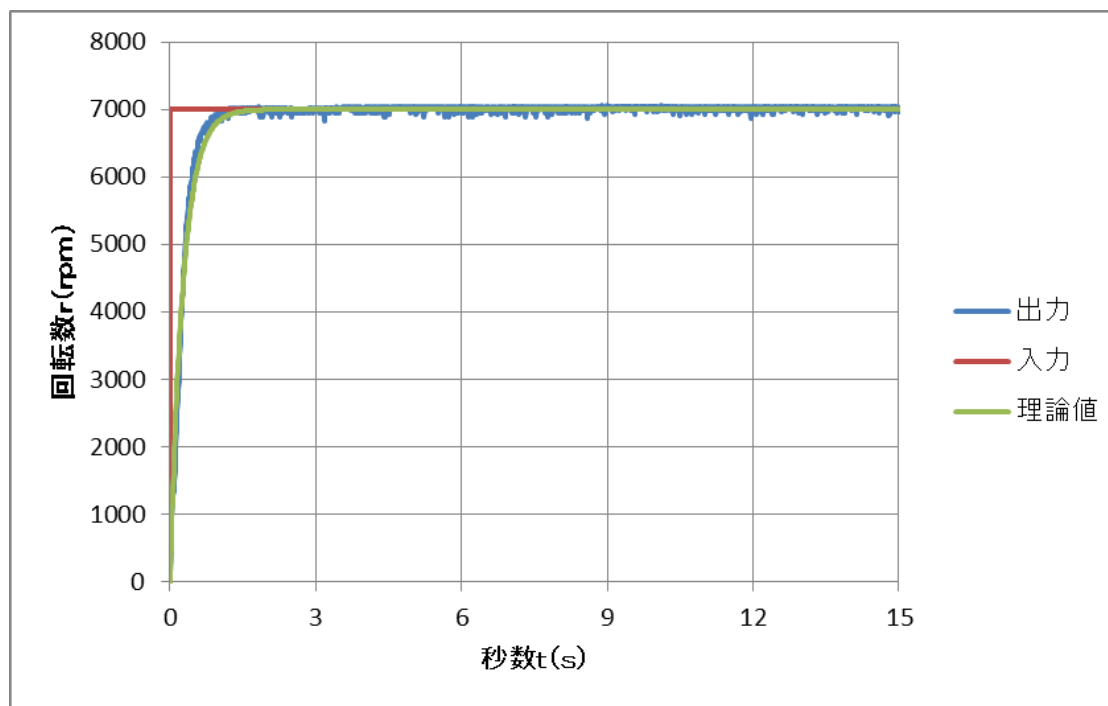


Fig.2 ステップ入力における応答と理論値のモータ特性比較

# 実験1 制御対象の特性の計測

## 課題4:外乱によって生じる出力の違いを比較

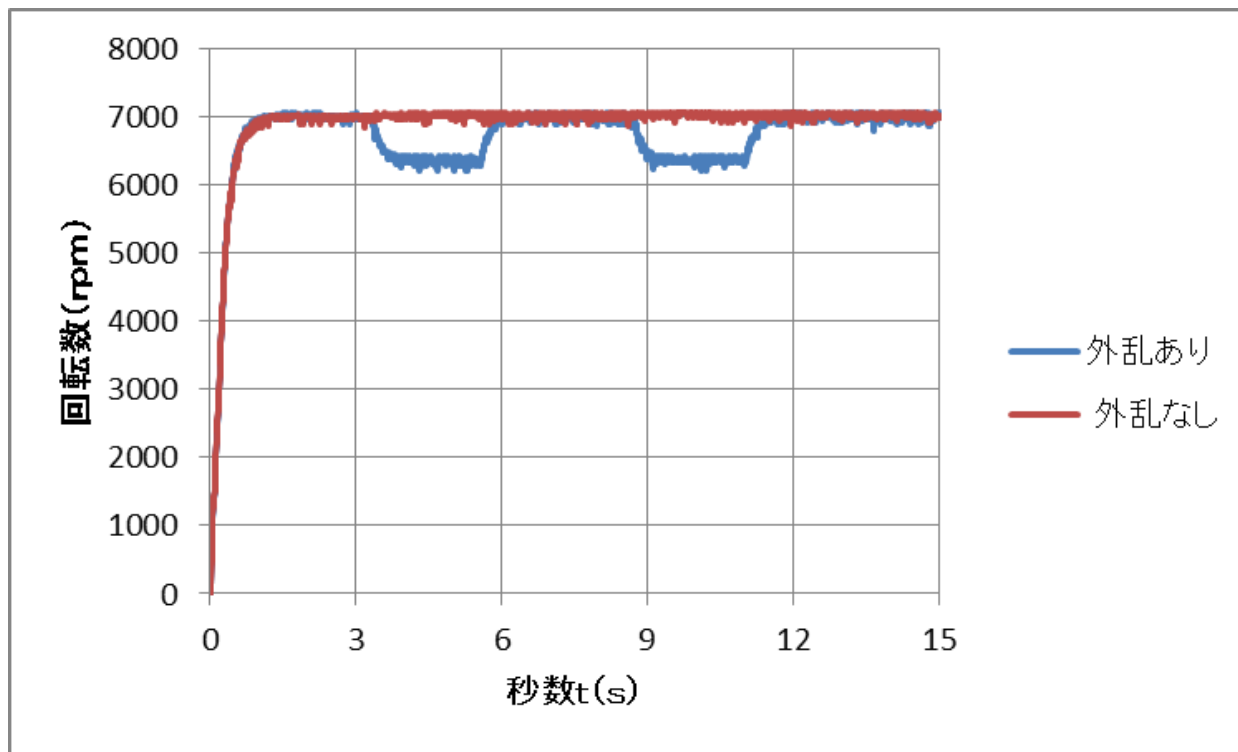


Fig.3 オープンループ制御による外乱の影響

# 手動計測 と 自動計測

## 特徴

- 現象を観察しながら計測

## 利点

- 原理を理解し、現象を判断、考察しながら計測可能
- 計測結果に応じ追加パラメータの計測や計測法の変更も可能
- 計測そのものに技能を要する場合に有効

## 欠点

- 計測に集中、専念する必要
- 計測ミスが発生するリスク
- 計測条件変動の可能性(再現性)

現象そのものについて調べながら、試行錯誤的に入念な観測をする場合に適す。素早い計測で試行・検討するにも良い。

## 特徴

- 現象を計測する装置を利用

## 利点

- 現象そのものをじっくり観察可能
- 確実な計測データを得られる
- 計測条件が確実に管理可能

## 欠点

- 他の作業を行うこともでき、計測対象外の現象を見落とす可能性
- 計測法や実験法そのものの是非に関する判断を誤る可能性
- 計測対象や計測法の変更が容易ではない

設定条件を細かく変化させながら網羅的に検討する場合に適す。計画通りの精度の良い計測にも良い。

良い悪いではなく、性質が異なることを理解して計測

# グラフは何故描くか？

自動計測の場合，誰もがデータを共有できる。  
(データを持っていけば誰でもグラフが描ける)

グラフを描く以上，

- 現象が正確に反映されている
- 伝えるべき付帯情報が添えられている

だけではなく，

- 考察するにあたって何を伝えたいか
- 読み手にどのように理解してほしいか

といった**意思**を理解されるようにしたいため。

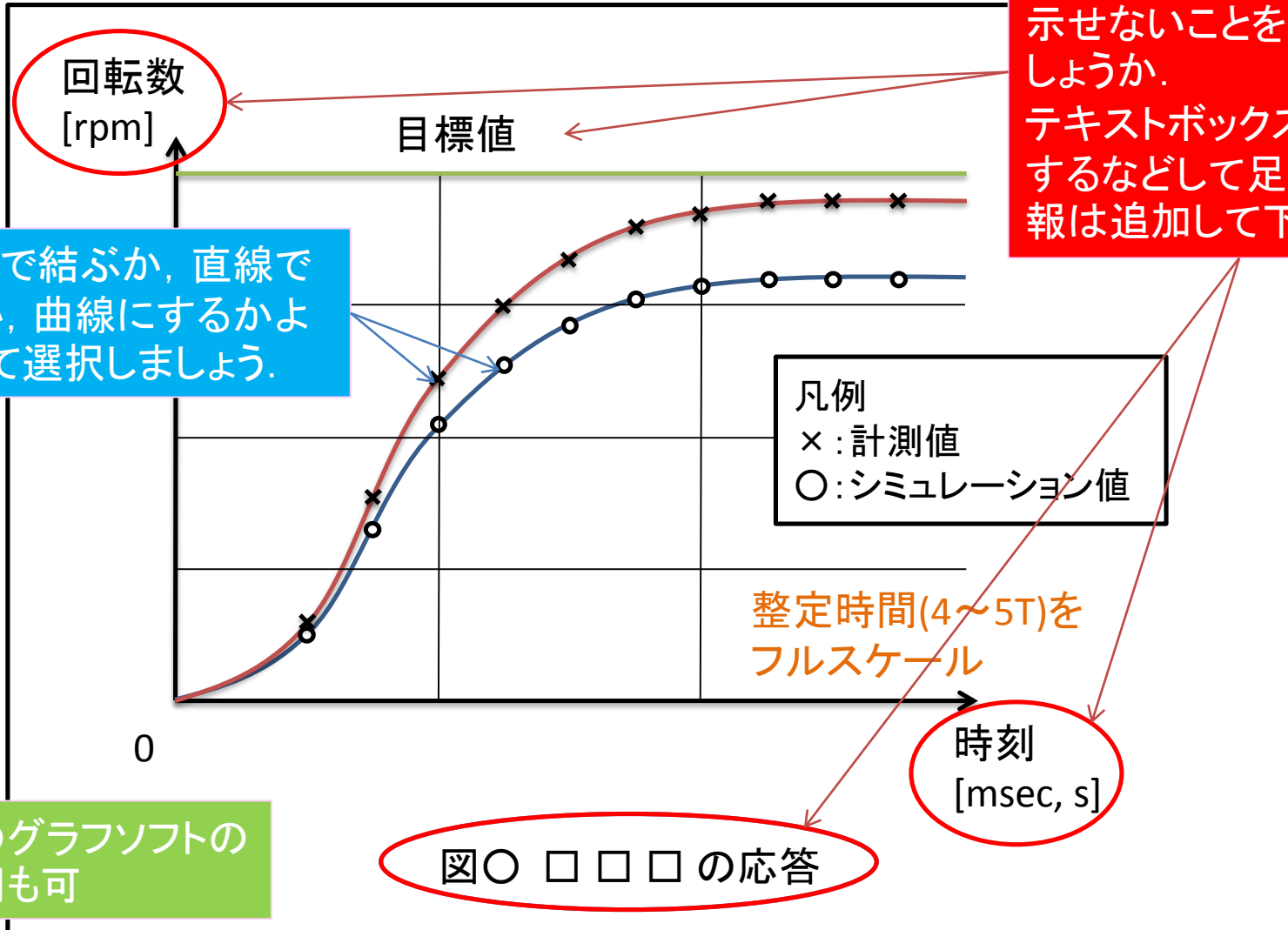


# グラフの描き方

(A4サイズ一杯でお願いします)

エクセルのグラフの機能だけでは十分な情報が示せないことを御存じでしょうか。

テキストボックスを併用するなどして足りない情報は追加して下さい。



点だけで結ぶか、直線で結ぶか、曲線にするかよく考えて選択しましょう。

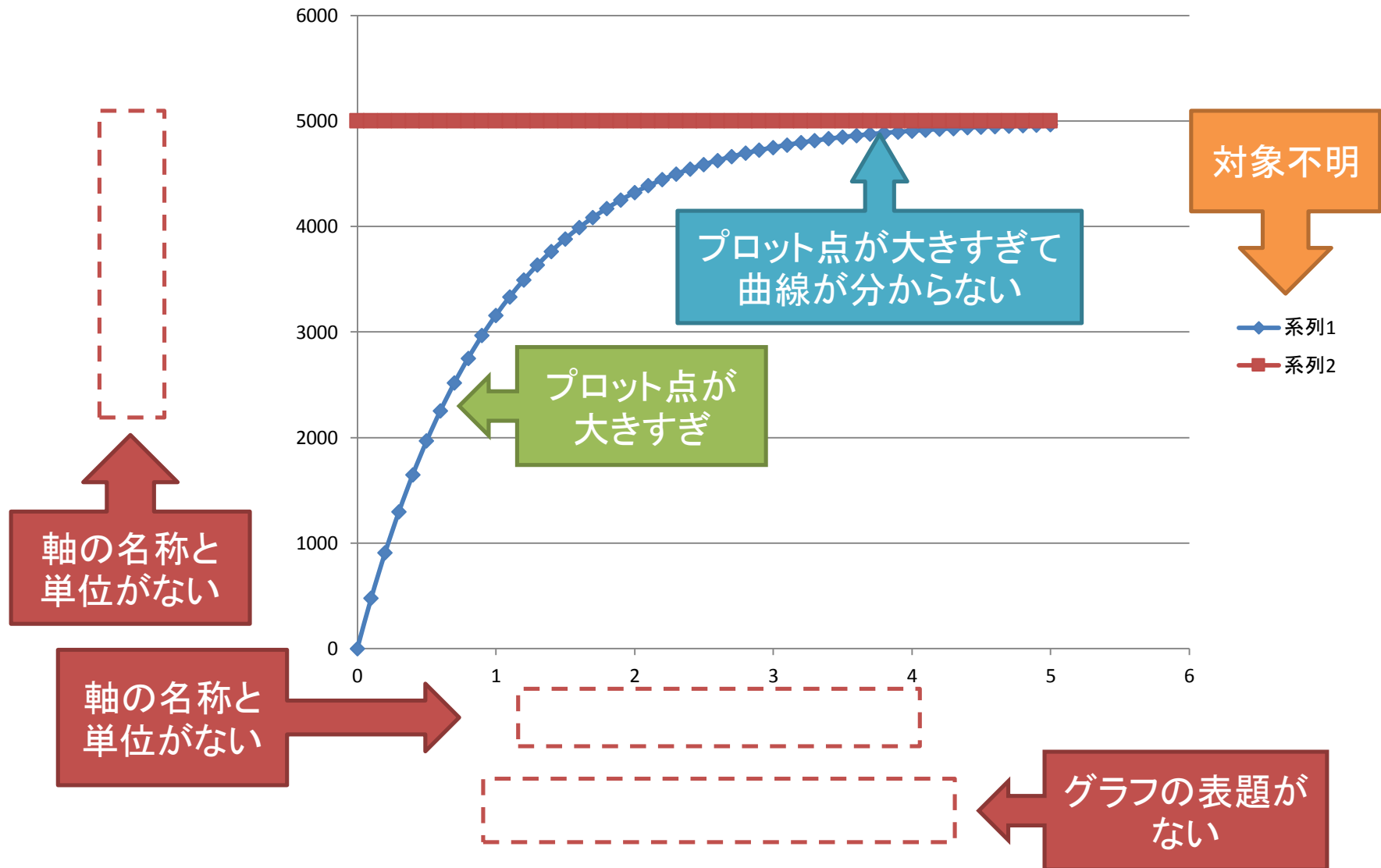
凡例  
x : 計測値  
o : シミュレーション値

整定時間(4~5T)をフルスケール

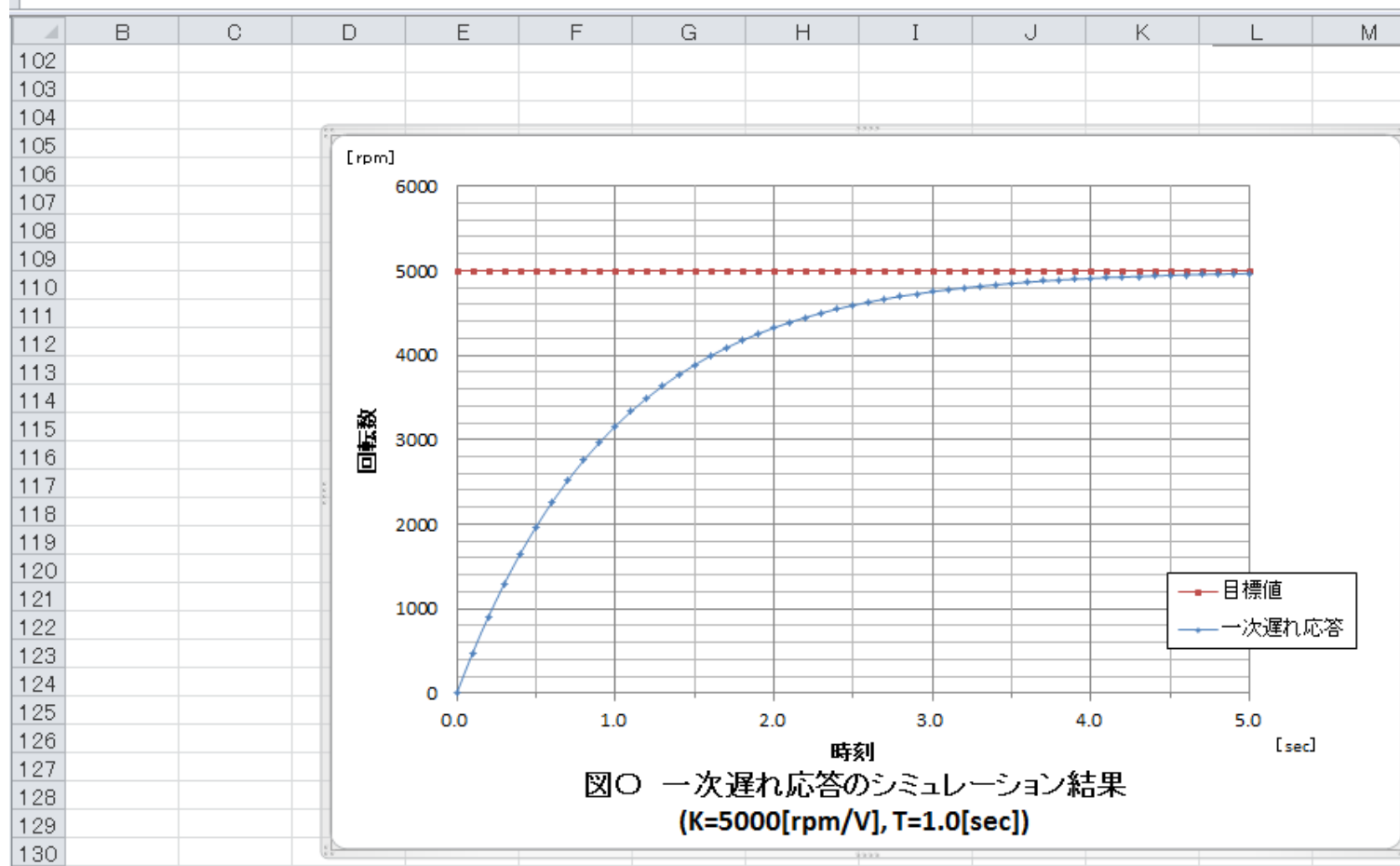
他のグラフソフトの利用も可

図○ □ □ □ の応答

# エクセルのグラフ設定そのままだと

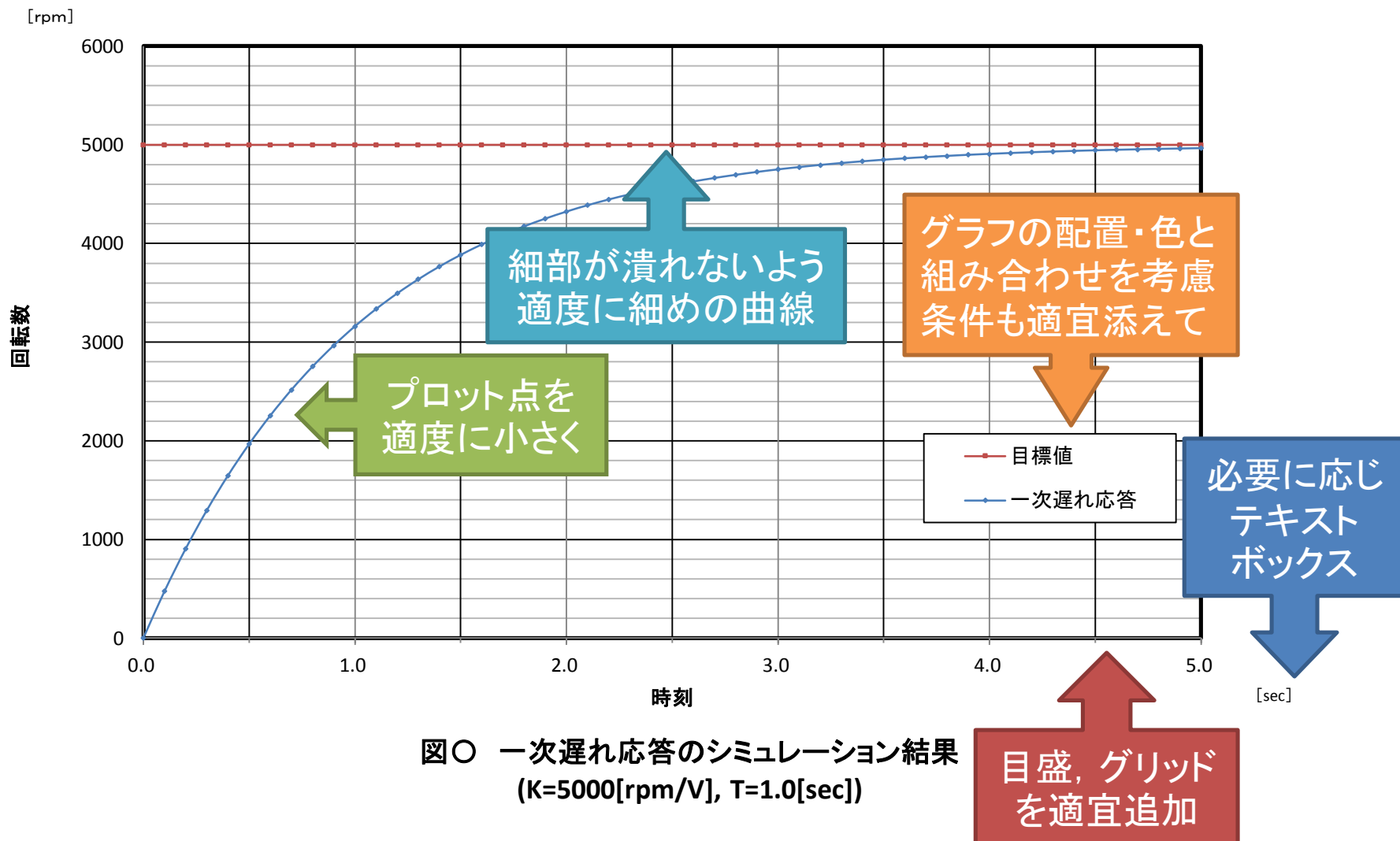


# Excelのグラフ機能のタブを見てみよう



図〇 一次遅れ応答のシミュレーション結果  
( $K=5000[\text{rpm/V}]$ ,  $T=1.0[\text{sec}]$ )

# 見やすいグラフの例



# 実験グラフの実例・比較

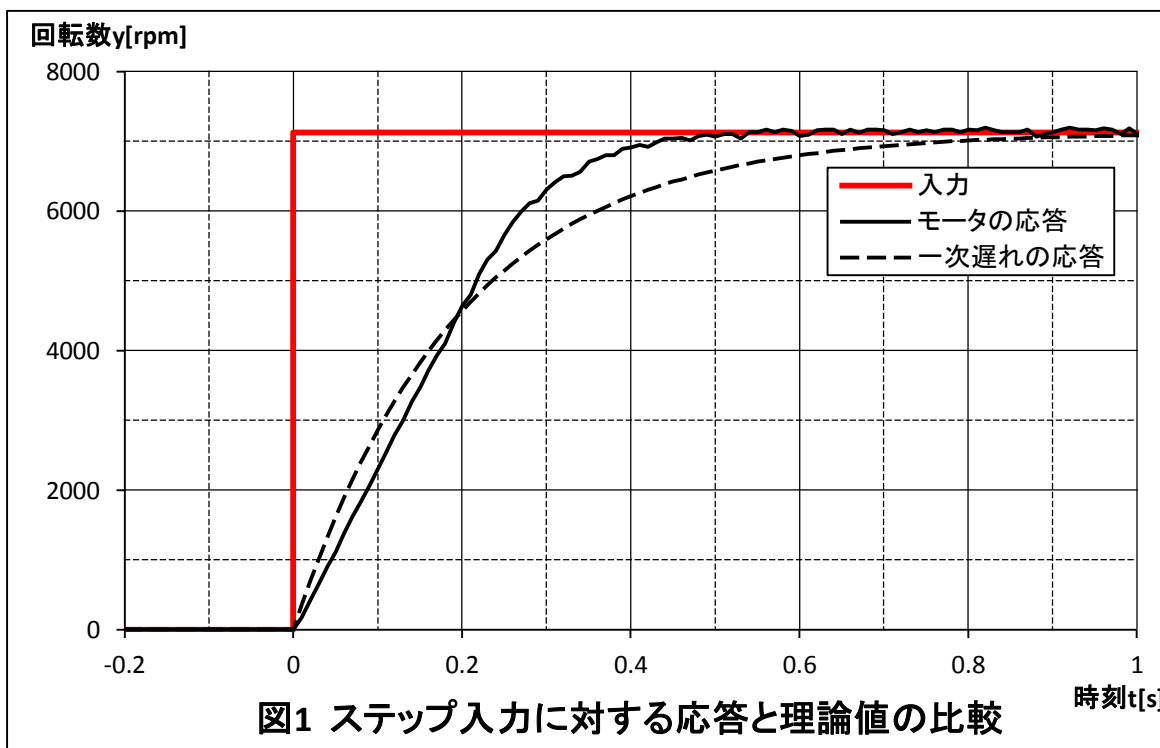
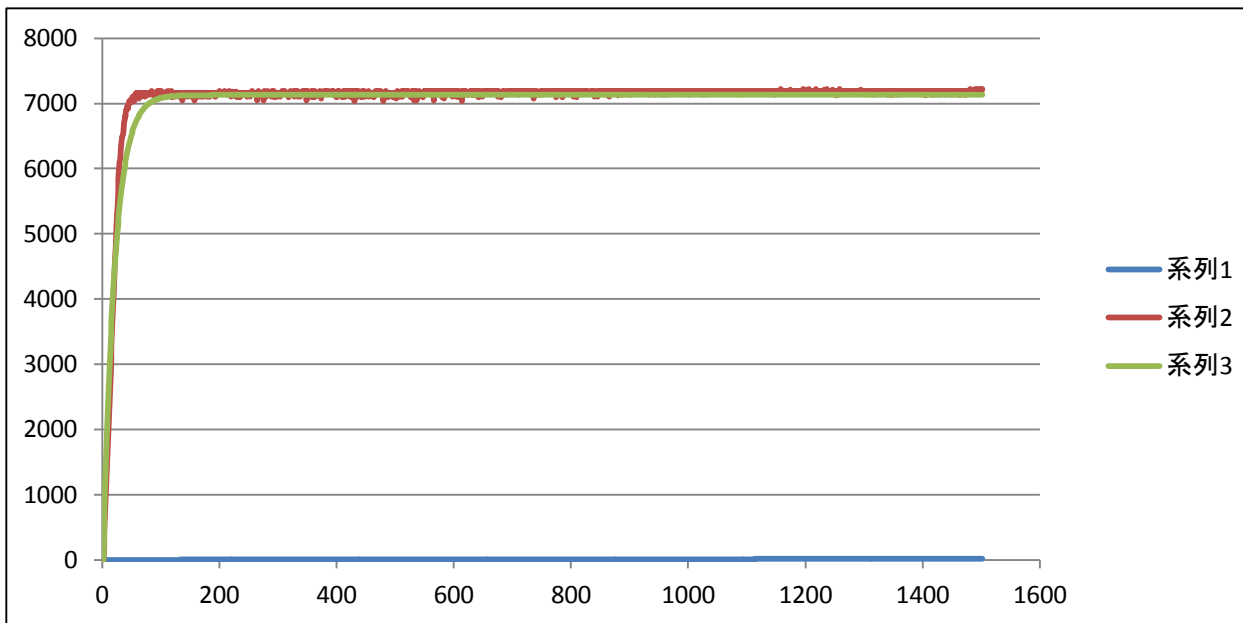


図1 ステップ入力に対する応答と理論値の比較

時刻t[s]

1. 制御とは何か
2. 制御対象を知る
- 3. 制御系を作る**
4. 制御系の設計・改善

**課題5, 実験2, 課題6**に**関係**.

# モータを電圧だけで制御できる？

1. 1次遅れの応答であることは分かっている
  - 応答は  $y(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}})u(t)$  で間違いない
2. 電圧と回転数の関係は分かった

制御は完璧ではないか？

でもそんなことはない。

何故か？

外乱の影響を受けることが目に見えている。

$$\omega(s) = \frac{\frac{K_E K_I K_M}{1 + K_E K_I K_M K_G}}{\frac{T_M}{1 + K_E K_I K_M K_G} s + 1} E + \frac{\frac{K_M}{1 + K_E K_I K_M K_G}}{\frac{T_M}{1 + K_E K_I K_M K_G} s + 1} \tau$$

# オープンループ制御系



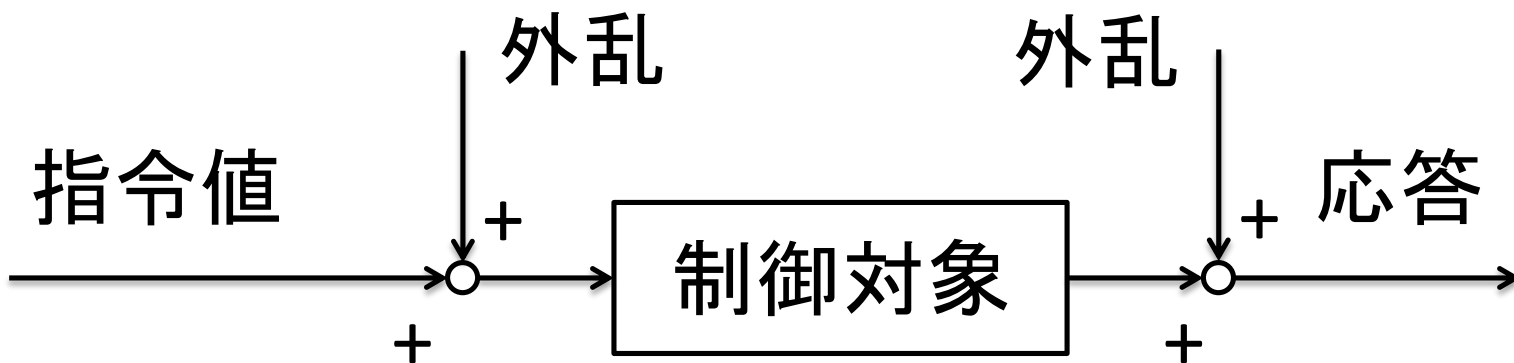
## 利用できる条件

1. 入力(指令値)に対する出力(応答)の関係が一意に決まる
2. 制御対象の特性が変わらない
3. 外乱の影響がないと判断可能な場合

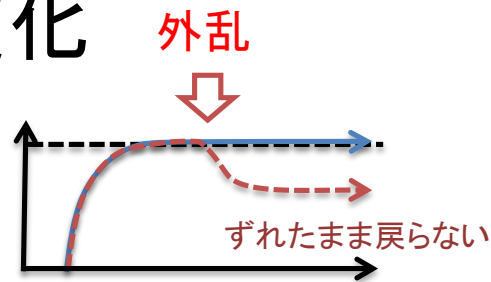
応答に一意性・再現性がある



# オープンループ制御系で起こる問題



- 外乱が加わってしまうと応答が変化
- 影響を取り除く手段がない

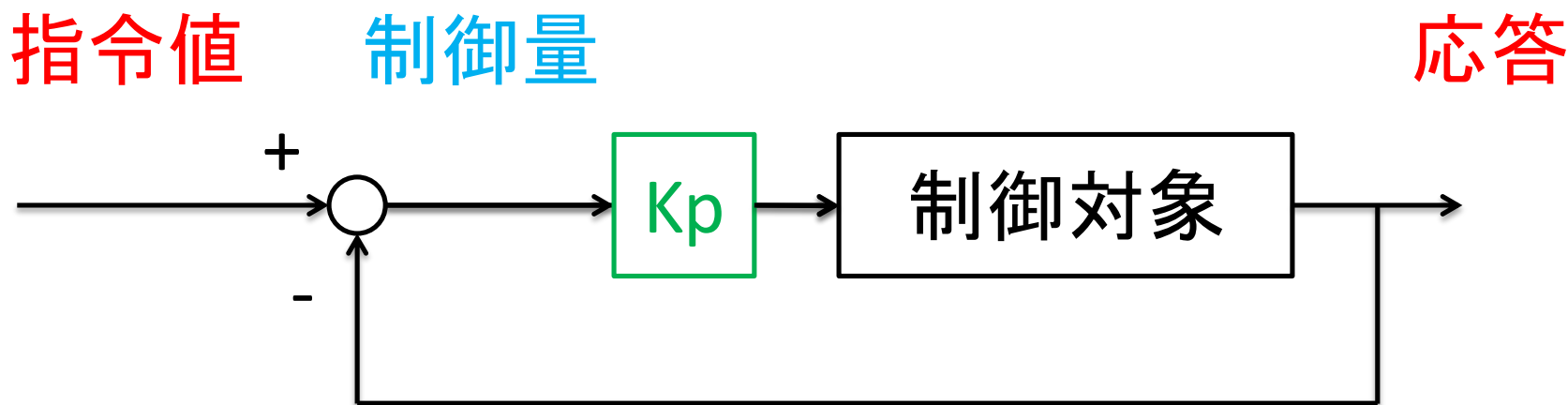


制御対象の素の特性を利用する方法

必ずしも完全ではない制御法

# 単純フィードバック制御系

(比例フィードバック制御系)



- 外乱の影響で応答が変わる場合
  - 応答(出力)と指令値(入力)を比較
  - 入力-出力 → 偏差を制御量として修正に利用

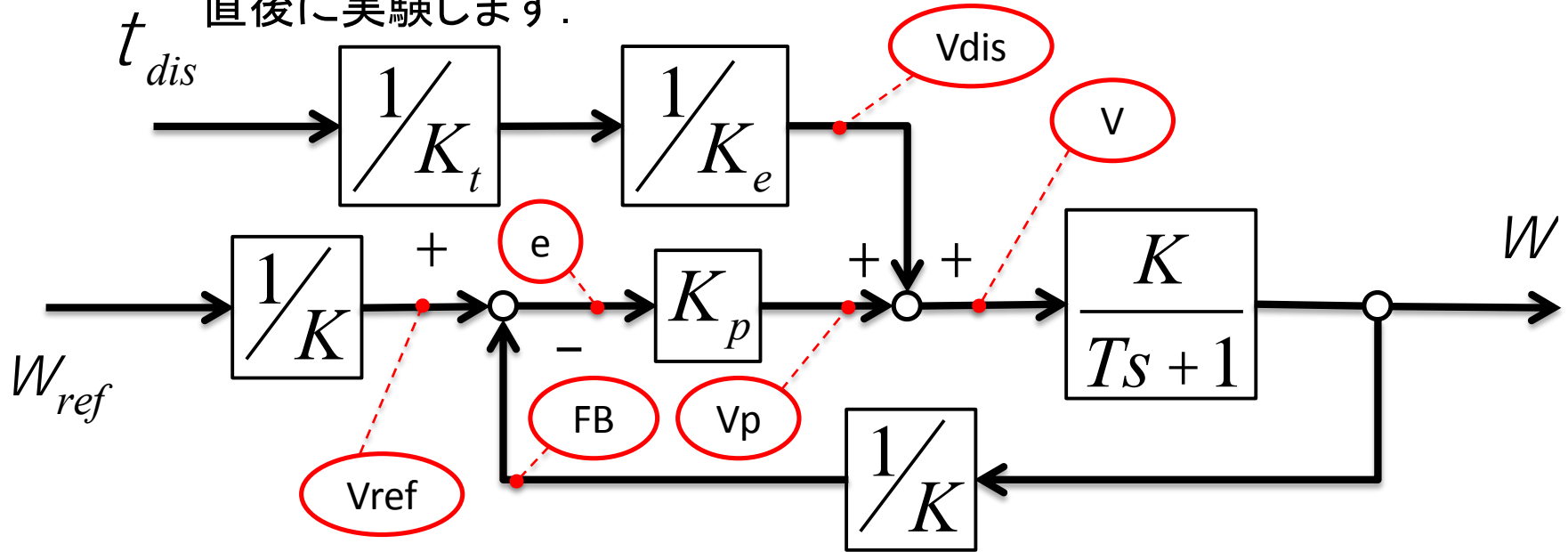


フィードバックの機能

# ここで課題5

レポートにはもとの伝達関数と比べてどのように変化したか示しておくこと

直後に実験します。



ヒント) 連立させる式

$$V_{ref} = \frac{1}{K} W_{ref}$$

$$e = V_{ref} - FB$$

$$V_p = K_p e$$

$$FB = \frac{1}{K} W$$

$$V_{dis} = \frac{1}{K_e} \frac{1}{K_t} \tau_{dis}$$

$$V = V_p + V_{dis}$$

$$W = \frac{K}{Ts+1} V$$

求める式の形

$$W = ??? \frac{W_{ref}}{K} + ??? \frac{t_{dis}}{K_t K_e}$$

または  $K = K_e K_t K_m$  を利用して

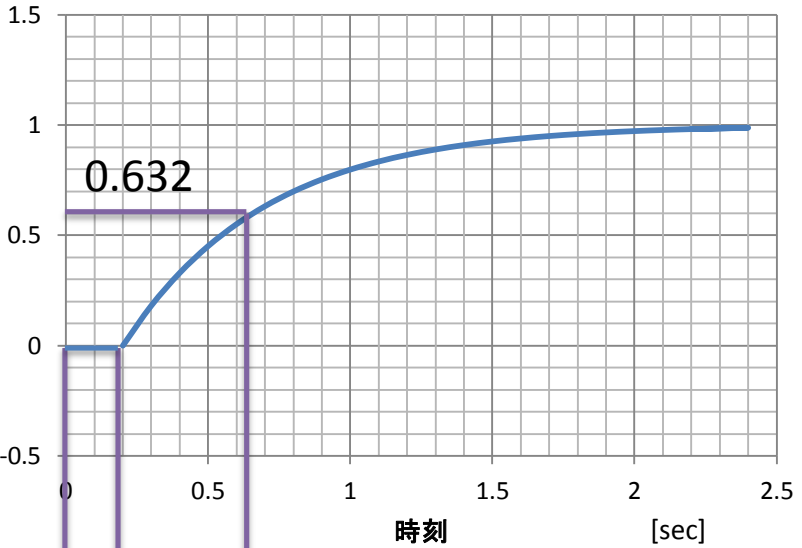
$$W = ??? \frac{W_{ref}}{K} + ??? \frac{t_{dis}}{K_t K_e} = ??? W_{ref} + ??? t_{dis}$$

# ここで実験2

課題6 フィードバック制御系の理解とゲイン  
(感度)の調整

# 制御系感度調整実験メモ

$$y(t) = ?(1 - e^{-\frac{t}{T}})$$



T: 時定数 (1-(1/e) ≒ 63.2%になるまでの時間)  
 K: ゲイン係数  
 4~5T: 整定時間

1次遅れ: 時定数Tを計測

無駄時間: 初期に全く応答しない時間Lを計測

手法	比例ゲインKp
Ziegler and Nichols	$\frac{T}{L}$
Chien, Hrones and Reswick	$\frac{0.3(0.7)T}{L}$
Cohen and Coon	$\frac{T}{L} + \frac{1}{3TR}$

	比例ゲイン	
	Kp	
	減少	増加
立上がり時間	長	短
行過ぎ量	小	大
整定時間	要調整	

$$G(s) = \frac{\frac{K_p K}{Ts + 1}}{1 + \frac{K_p K}{Ts + 1} \frac{1}{K}} = \frac{\frac{K_p K}{1 + K_p}}{\frac{T}{1 + K_p} s + 1}$$

# 実験2 比例フィードバック制御の実験

- 課題6:  $K_p$ の値を求める(無駄時間と時定数)
- $K_p$ の値を10倍, 1/10倍時の実験データも
- 1つのグラフに3つのデータを載せること
- 外乱は応答が目標値に近い & 振動少ない  $k_p$ で行って, 外乱あり, なし2つのデータを1つのグラフにまとめる

# 実験2 比例フィードバック制御の実験

- 課題6:比例フィードバック制御時の外乱

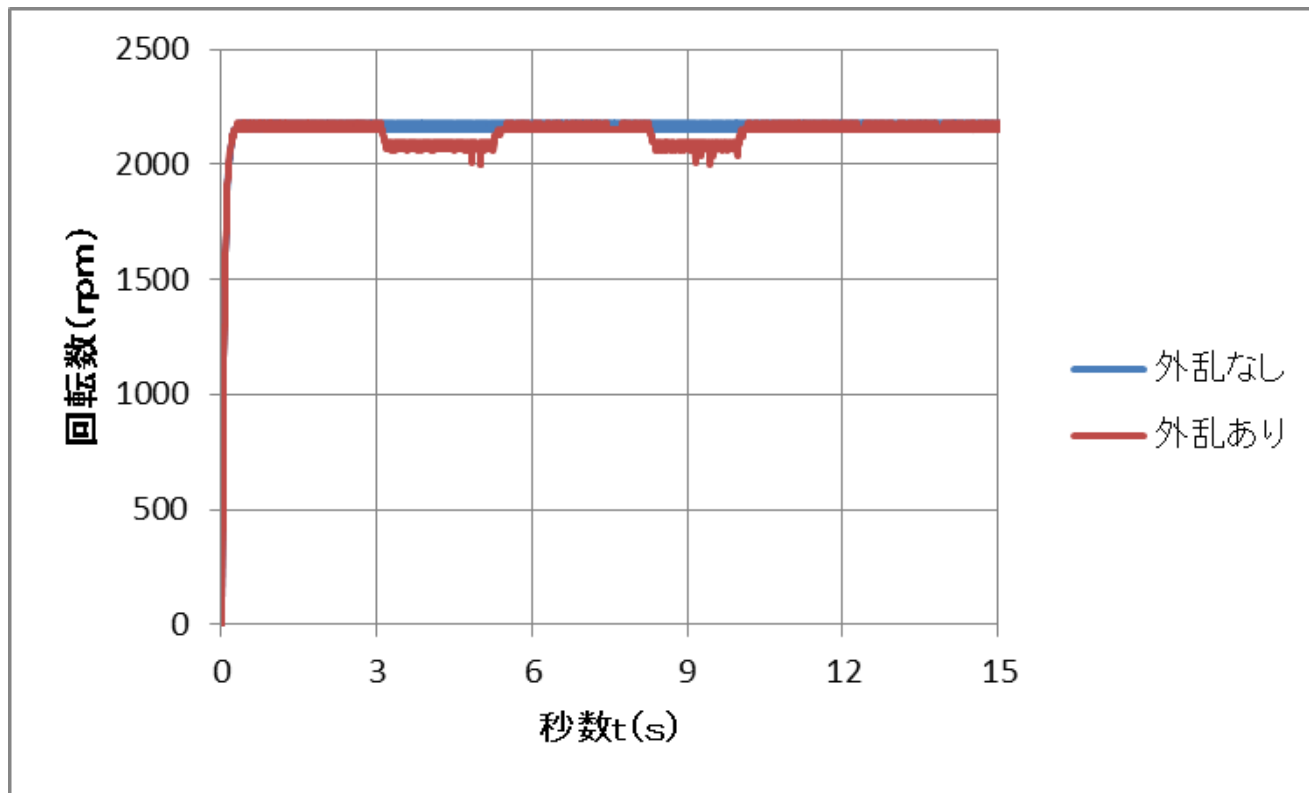


Fig.4 比例フィードバック制御時の外乱の影響

1. 制御とは何か
2. 制御対象を知る
3. 制御系を作る
- 4. 制御系の設計・改善**

**実験2, 課題7~8に関係.**



実験2を通しての疑問

**思い通り応答にならなかった？**

# 1次遅れ系に比例フィードバック制御を掛けた式を見てみよう

$$W(s) = \frac{\frac{K_p}{1+K_p} K}{\frac{1}{1+K_p} Ts + 1} \frac{W_{ref}}{K} + \frac{\frac{1}{1+K_p} K}{\frac{1}{1+K_p} Ts + 1} \frac{t_{dis}}{K_t K_e}$$

ここで  $K = K_e K_t K_m$  を利用して

$$W(s) = \frac{\frac{K_p}{1+K_p}}{\frac{1}{1+K_p} Ts + 1} W_{ref} + \frac{\frac{1}{1+K_p}}{\frac{1}{1+K_p} Ts + 1} K_m t_{dis}$$

Kpの値によって指令値と外乱に対する感度を変えることができそう

Kpの値によって元の時定数より時定数を短くできそう

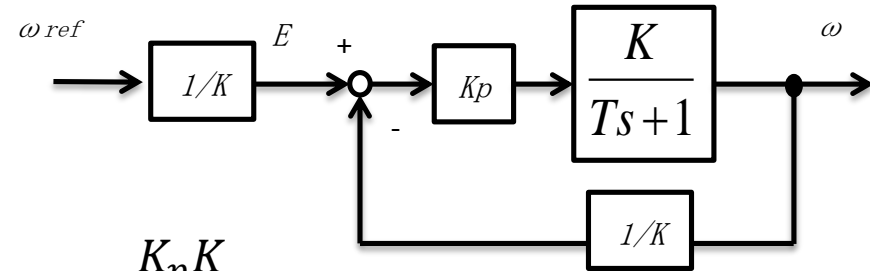
Kpの値によって収束時の応答が変化しそう

外乱は機械系の特性に依存しそう

# 単純比例フィードバック制御の問題

- 定常偏差(ズレ)が生じる。

これがあるので制御器, 制御対象の感度(ゲイン)が低いと誤差が増える



$$G_c(s) = \frac{K_p K}{Ts + 1} \left( 1 + \frac{K_p}{Ts + 1} \right)$$

フィードバックを掛けない

$$\omega(t) = K_p K (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \omega_{ref}$$

フィードバックを掛けた

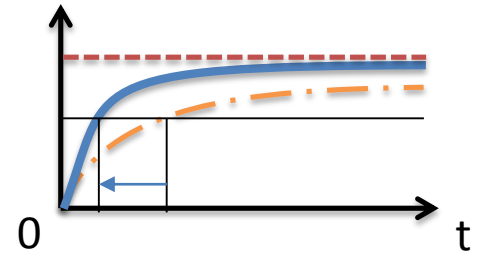
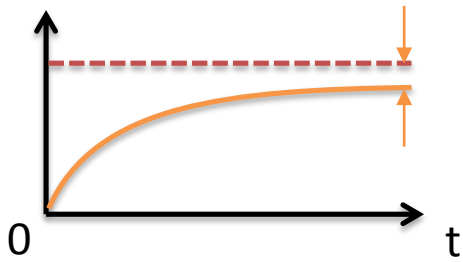


$$\omega(t) = \frac{K_p}{1 + K_p} K (2次) \omega_{ref}$$

- 外乱あるいはモデル化していない要素の影響が大きくて, 欲しい応答にならない。

フィードバックの仕組みを用いても必ずしも欲しい応答特性であるとは限らない

# 問題点のまとめ



比例ゲイン $K_p$ を上げても定常偏差あり

ゲインを上げると極端に短い時定数

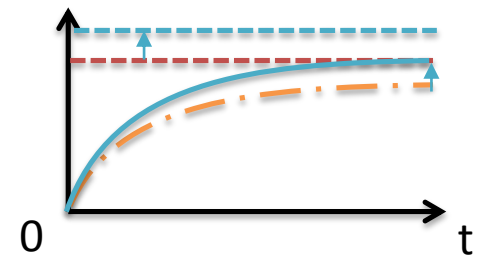
途中で大きな電圧を要す

どのように高電圧を供給するか？

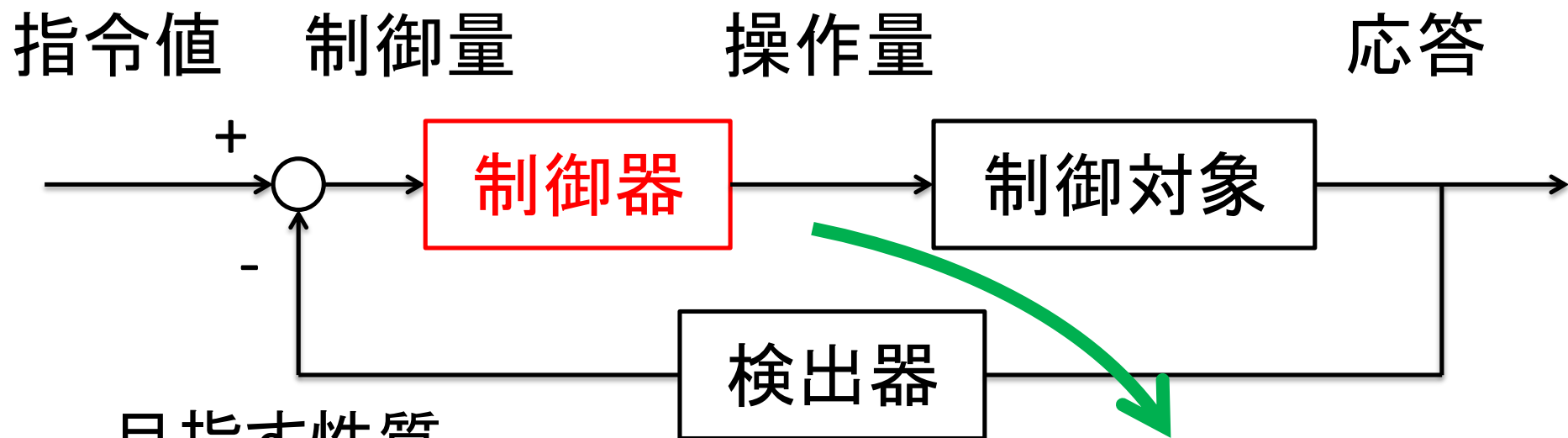
高電圧でモータ等は壊れないか？

本当に実現可能か？

定常偏差を見越して入力値を修正すれば定常偏差解消



# フィードバック制御系の設計



## 目指す性質

- 安定した(振動しない)応答
- 必要な範囲の高速な応答
- 変化する目標値への追従性向上
- 外乱の影響の抑制
- 制御対象の特性変動による影響の抑制

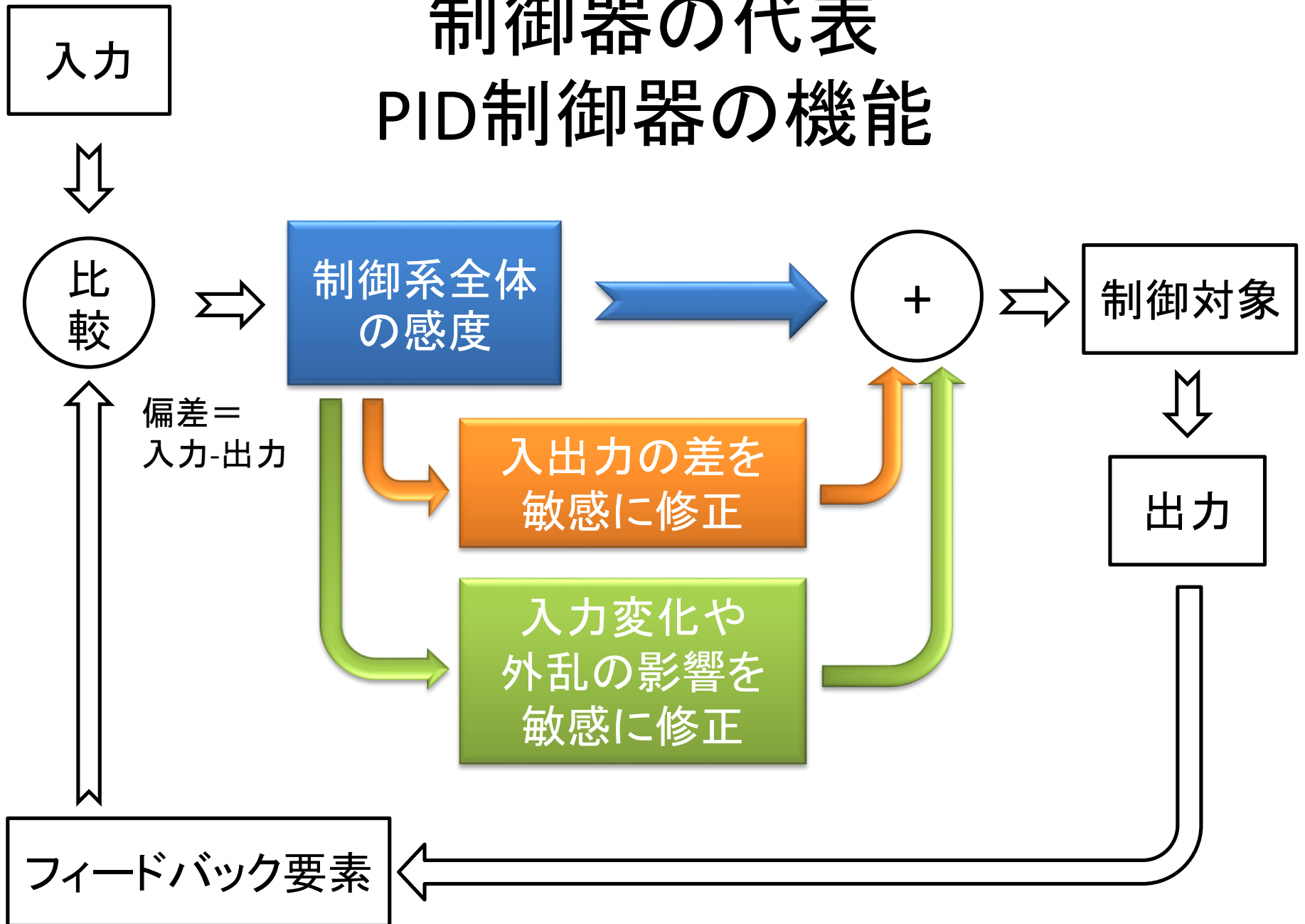
速い

滑らか

頑強

# 制御器の代表

## PID制御器の機能



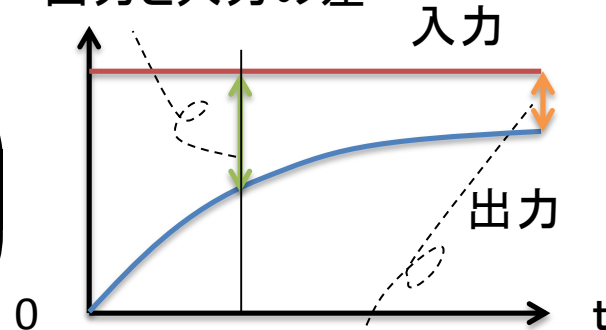
# PIDコントローラ

## 機能の説明

$$G_C(s) = \left( K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s \right)$$

$$= K_P + \frac{K_P}{T_I s} + K_P T_D s$$

<偏差>  
ある時刻の  
出力と入力の差

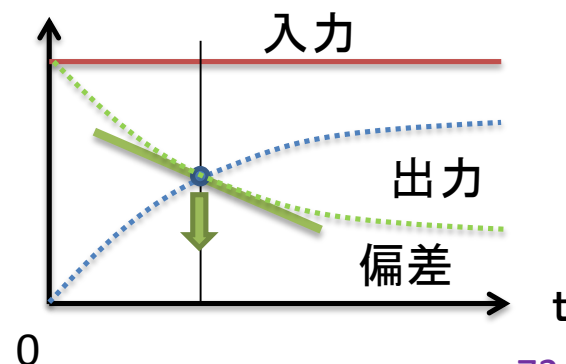
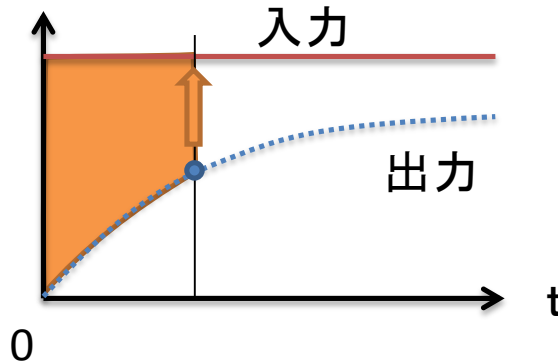
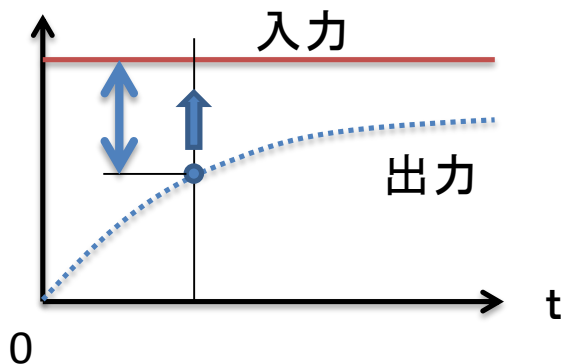


<定常偏差>  
ずっと残る  
出力と入力の差

**比例要素**  
現在の偏差を減らす

**積分要素**  
偏差の蓄積を減らす

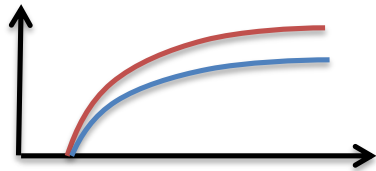
**微分要素**  
偏差の変化を減らす



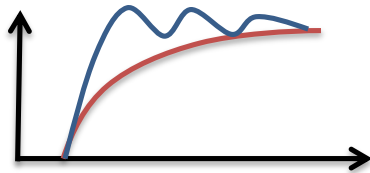
# 実験2では

思った通りの応答にならなかった

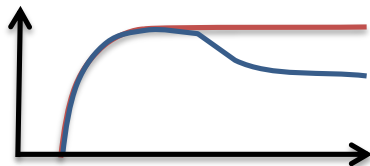
入力(目標)値に応答が達しない。



$K_p$ の値によって挙動が乱れる

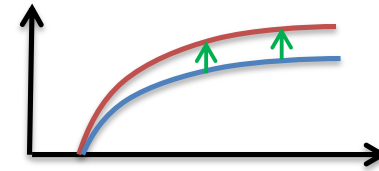


負荷に外乱が加わると  
応答がずれたままついてこない

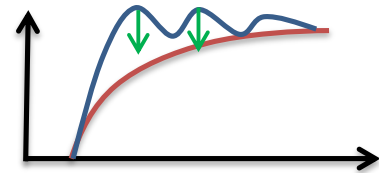


どのようにしたいのか？

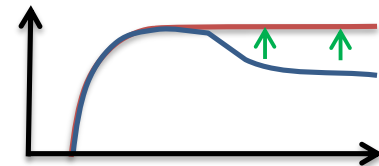
定常偏差をなくしたい



滑らかな挙動にしたい

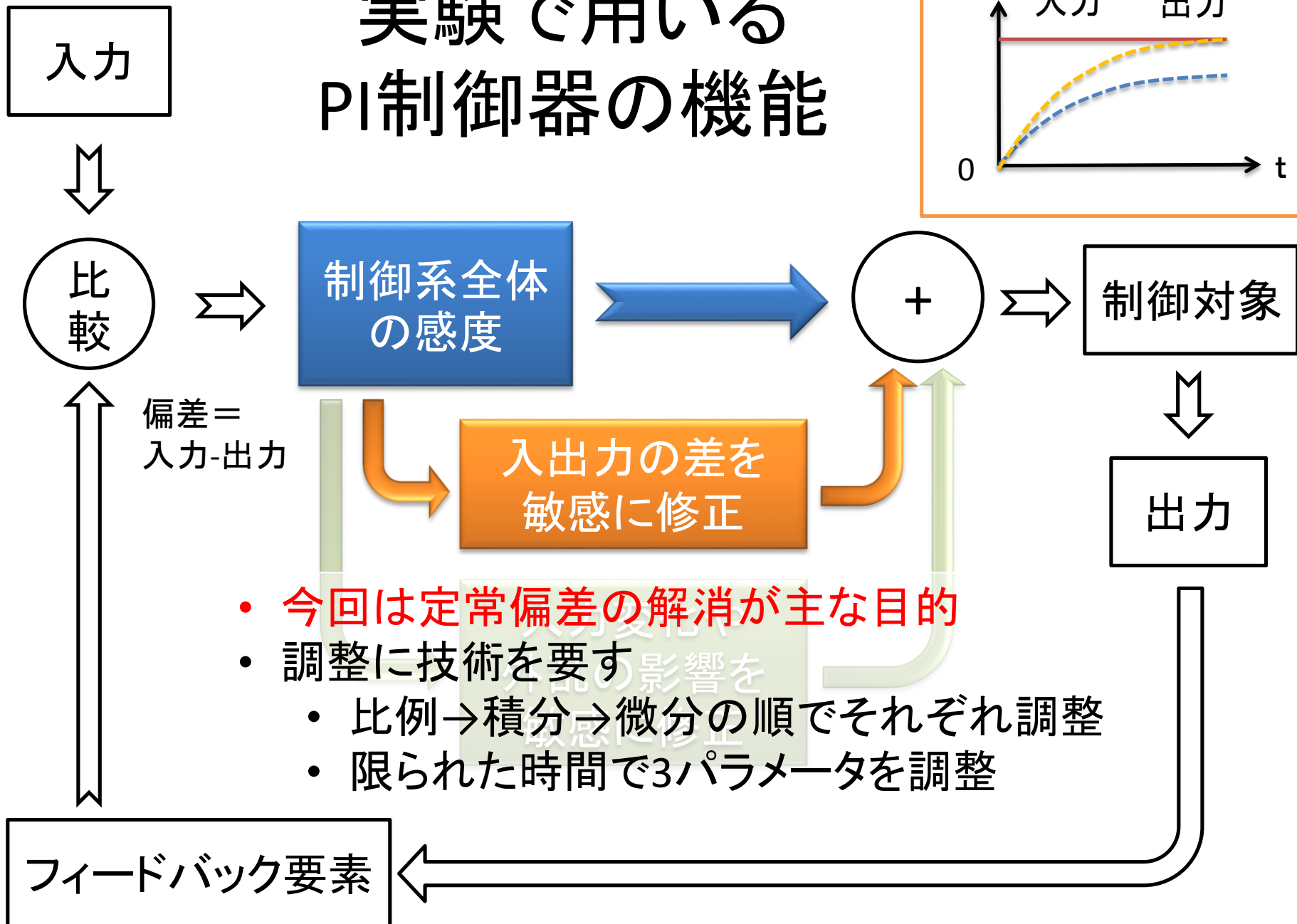
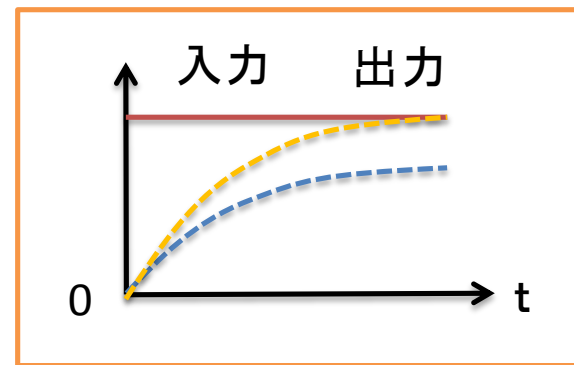


外乱が加わっても回復させたい  
外乱がなくなったらすぐに回復させたい





# 実験で用いる PI制御器の機能

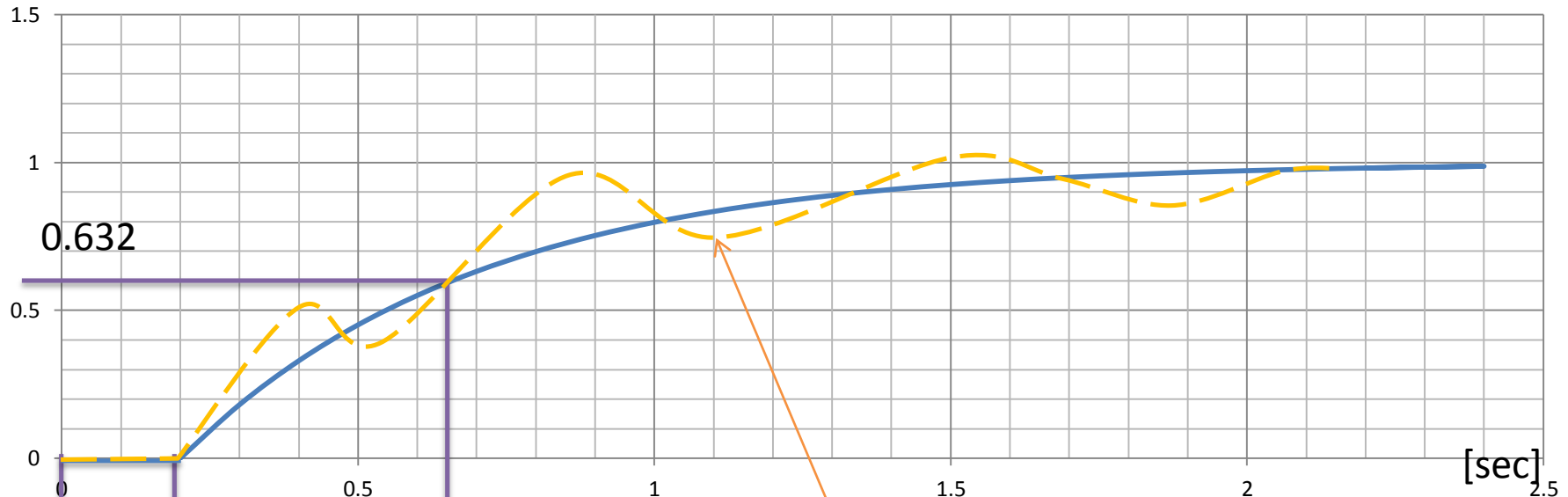


- **今回は定常偏差の解消が主な目的**
- 調整に技術を要す
  - 比例 → 積分 → 微分の順でそれぞれ調整
  - 限られた時間で3パラメータを調整

# 制御系の調整法： ステップ応答法

## ステップ応答から制御器を設計

### 無駄時間 + 1次遅れの系を前提



高次系などはこの応答から外れることもあるが、傾向から近い値を算出して設計(再調整の必要性は基本)

→ 1次遅れ: 時定数 $T$ を計測

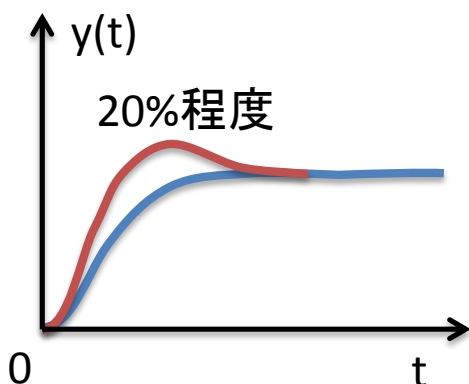
→ 無駄時間: 初期に全く応答しない時間 $L$ を計測

# 本日の実験では

- ステップ応答法を  
基に試行錯誤して  
調整する

制御器	比例ゲインKp	積分時間TI	微分時間TD
P	1/(RL)	T/L	-
PI	0.9/(RL)	0.9T/L	3.33L
PID	1.2/(RL)	1.2T/L	2L

PI制御を掛けると2次遅れの  
応答となる

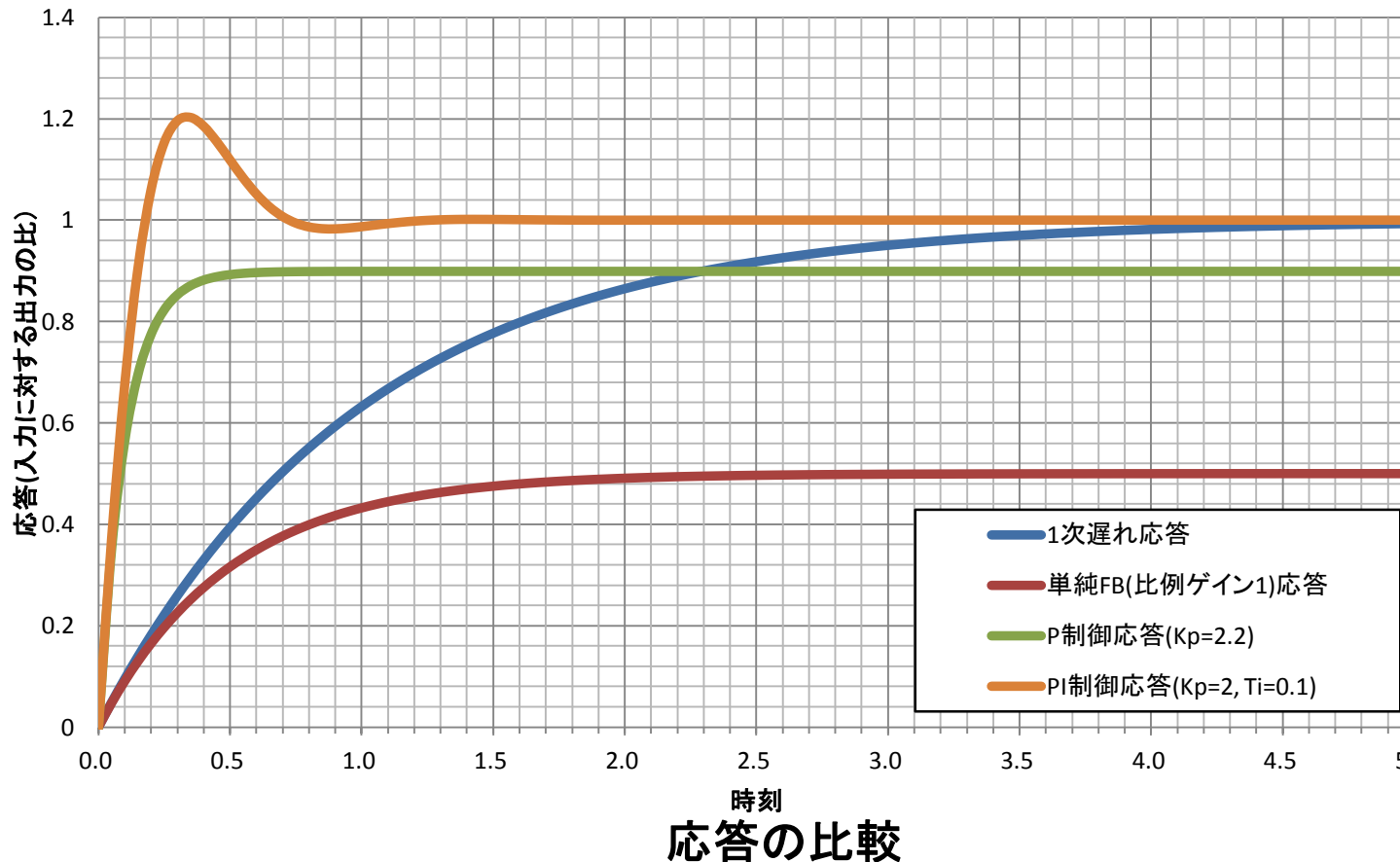


	制御器	比例ゲインKp	積分時間TI	微分時間TD
行き過ぎなし	P	0.3/(RL)	0.3T/L	-
	PI	0.35/(RL)	0.35T/L	1.2T
	PID	0.6/(RL)	0.6T/L	T
行き過ぎ20%	P	0.7/(RL)	0.7T/L	-
	PI	0.6/(RL)	0.6T/L	T
	PID	0.95/(RL)	0.95T/L	1.35T

制御器	比例ゲインKp	積分時間TI	微分時間TD
P	$1/(RL) + 1/(3TR)$	-	-
PD	$5/(4RL) + 1/(6TR)$	-	$(6L - 2(L^2/T))/(22 + 3(L/T))$
PI	$9/(10RL) + 1/(12TR)$	$(30L + 3(L^2/T))/(9 + 20(L/T))$	-
PID	$4/(3RL) + 1/(4TR)$	$(32L + 6(L^2/T))/(13 + 8(L/T))$	$4L/(11 + 2(L/T))$

# 制御器の調整は簡単ではない

自身で計測してから設計したパラメータ通りの調整をしても  
上手いいかないことが普通にかかることを体験して欲しい。



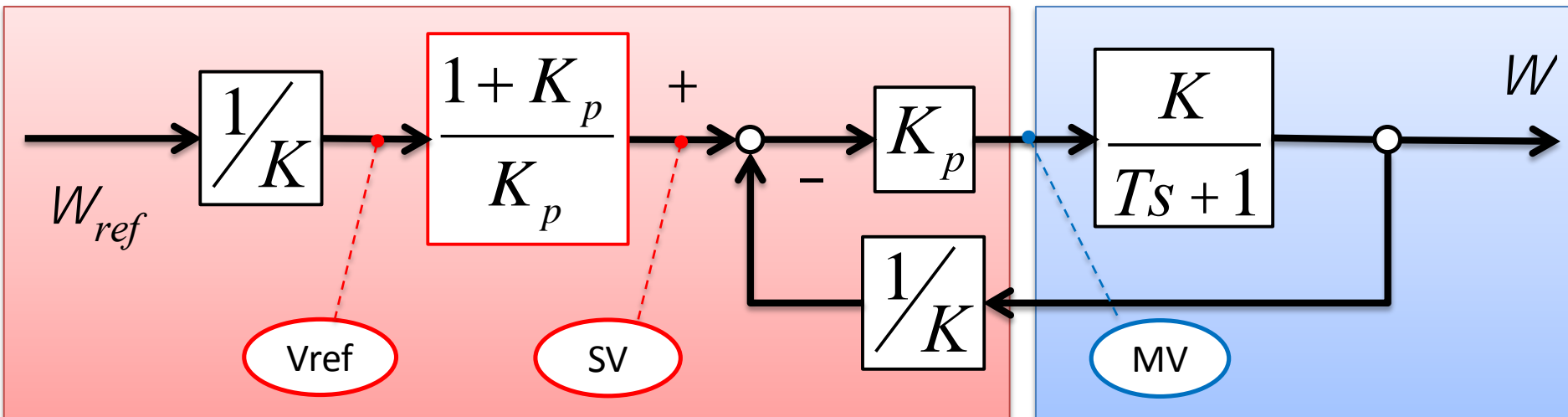
制御対象  
遅い応答  
外乱に対応不可

単純フィードバック  
過大な定常偏差  
応答も遅い

P制御では  
速応性は改善  
定常偏差が残る

PI制御では  
定常偏差解消  
行き過ぎが発生

# 制御モデルと実システム



PCやマイコンなどデジタル系の中での演算

回路や機構などアナログ系

$$MV = MV?$$

$V_{cc}$ が充分に高く、モータドライバの駆動性能が高い

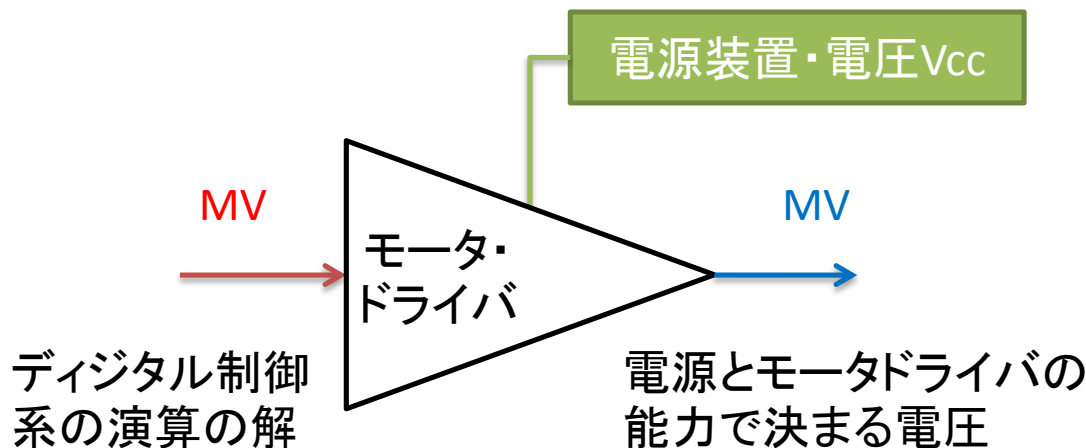
$$MV_p = MV$$

となる

$V_{cc}$ に余裕がなく、モータドライバの駆動性能が低い

$$MV > MV$$

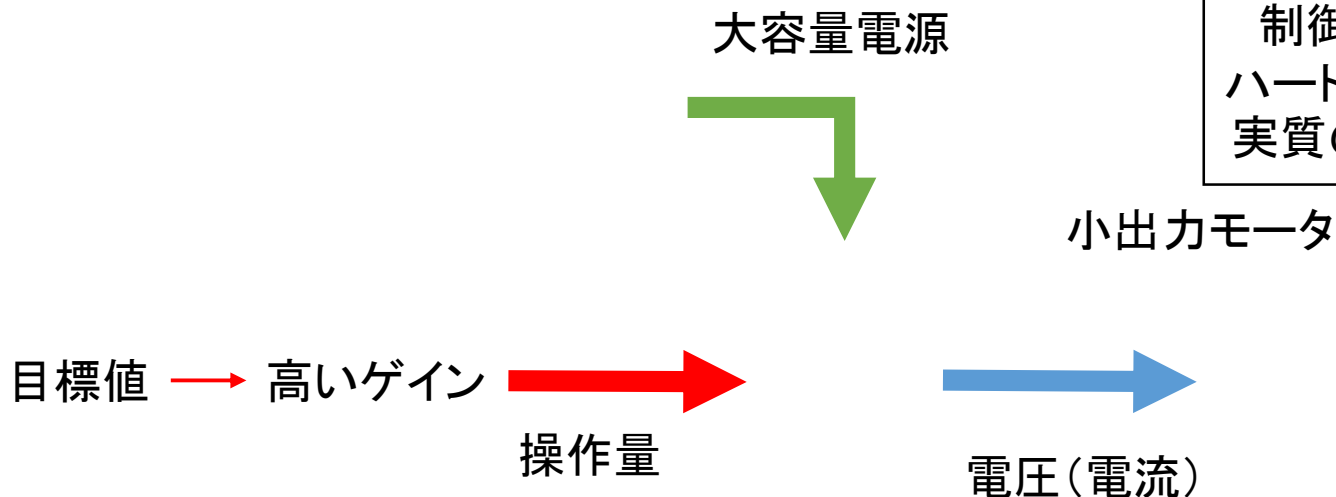
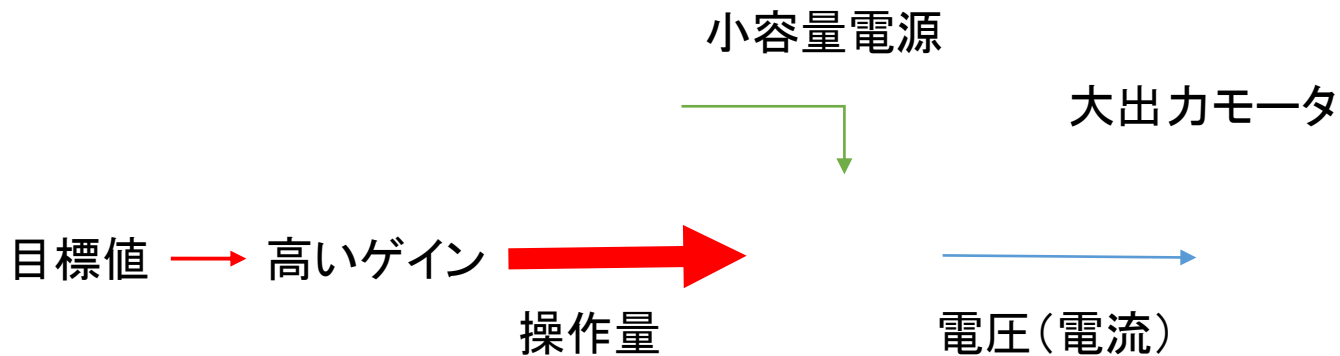
となってしまう



デジタル制御系の演算の解

電源とモータドライバの能力で決まる電圧

# 制御モデルと実システムの不一致



制御系ゲインを上げても  
ハードウェアが制限となって  
実質のゲインは上がらない

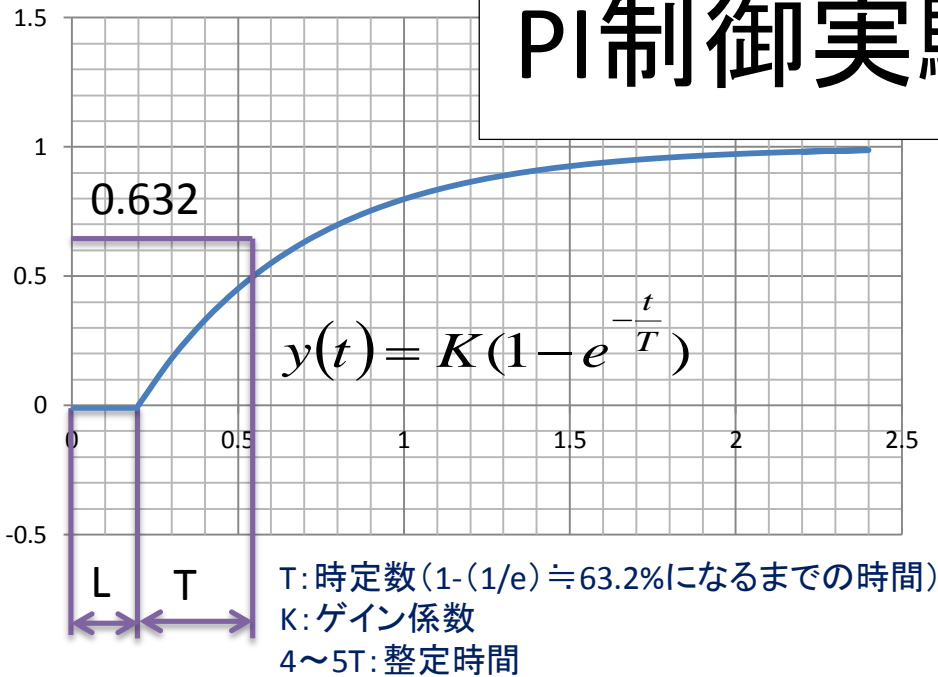
上げた制御ゲイン  
にモータの仕様が  
適合できず、条件  
によって焼損

# ここで実験3

課題7 制御器の設計

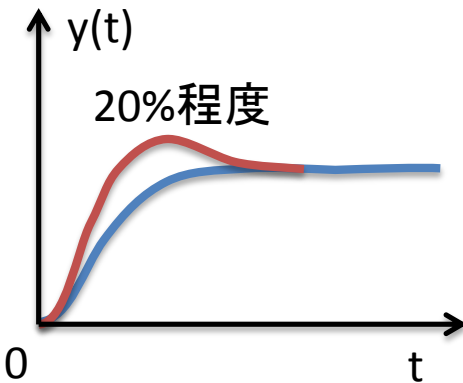
課題8 外乱へのロバスト性または単純  
フィードバックとの比較

# PI制御実験メモ1/3



	比例ゲイン		積分時間	
	$K_p$		$T_i$	
	減少	増加	増大	減少
立上がり時間	長	短	やや長	やや短
行過ぎ量	小	大	小	大
整定時間	要調整		要調整	

手法	比例ゲイン $K_p$	積分時間 $T_i$
Ziegler and Nichols	$\frac{0.9T}{L}$	$3.33L$
Chien, Hrones and Reswick	$\frac{0.35(0.6)T}{L}$	$1.2(1.0)T$ または $\frac{0.35(0.6)}{0.6(0.7)}T$
Cohen and Coon	$\frac{0.9}{RL} + \frac{1}{12TR}$	$\frac{30TL + 3L^2}{9T + 20L}$



緑文字は20%オーバーシュートを許容

$K_p, K_i$ として調整する際、連動する。

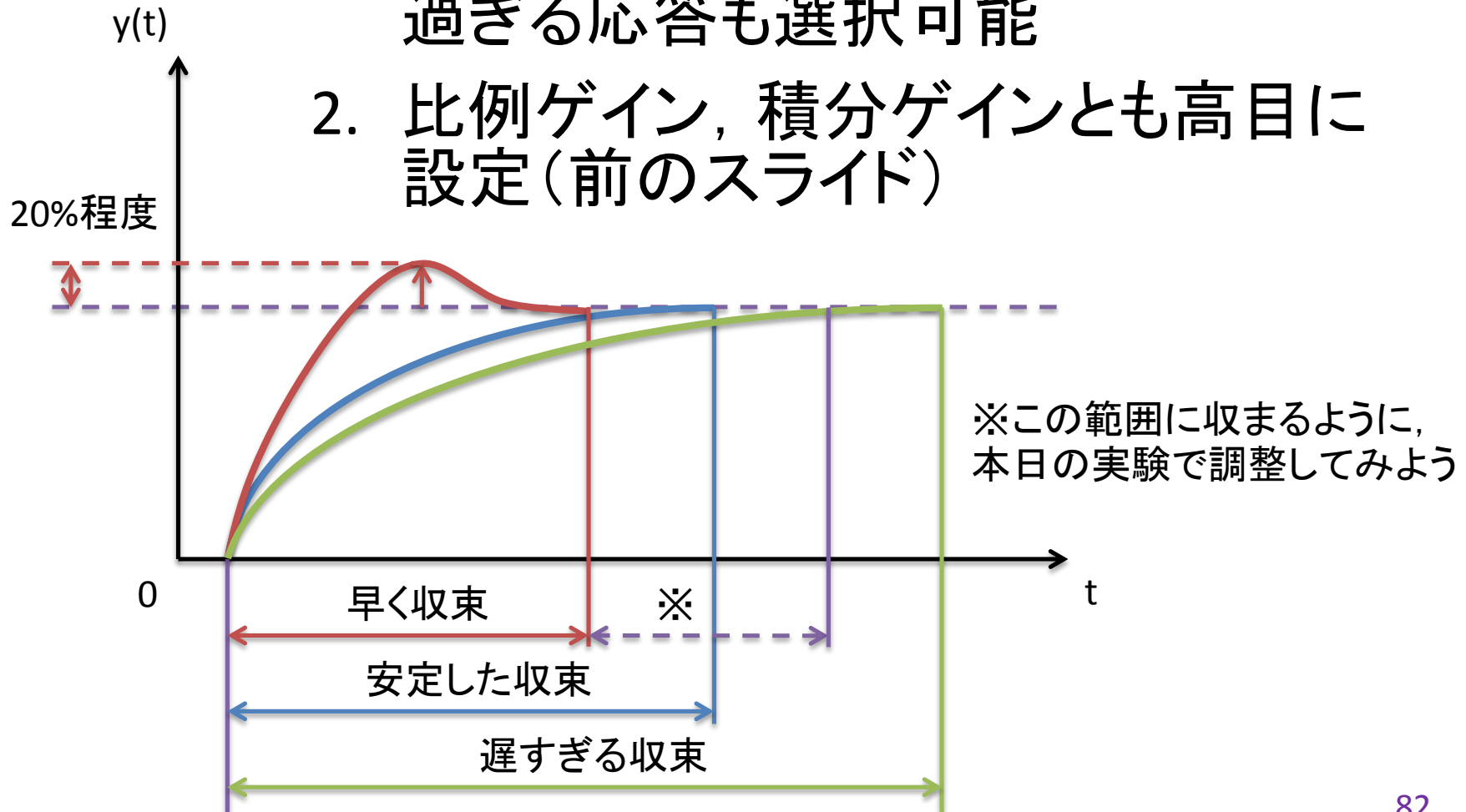
$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) = K_p + \frac{K_p}{T_i s} = K_p + \frac{K_i}{s}$$



PI制御により1次遅れの特  
性の制御対象の応答が  
2次遅れに変化してい  
る点にも注目

# PI制御実験メモ2/3

1. 目標値を超えて一旦20%程度行き過ぎる応答も選択可能
2. 比例ゲイン, 積分ゲインとも高目に設定(前のスライド)

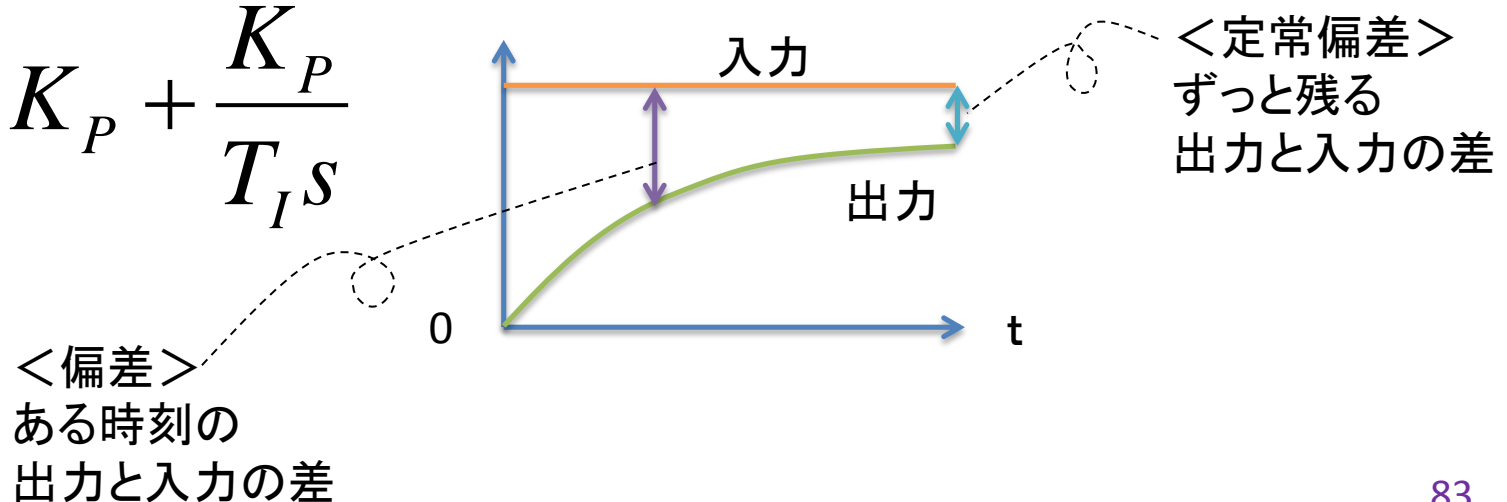


# PI制御実験メモ3/3

## 制御器の各要素の働き

PID各要素		小さくすると	大きくすると
比例要素	パラメータ	Kpを小さく	Kpを大きく
	特性変化	<ul style="list-style-type: none"> <li>定常偏差が大きくなる</li> <li>応答が緩やかになる</li> <li>系の安定性が向上</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>定常偏差が小さくなる</li> <li>応答が素早くなる</li> <li>系の安定性が減少</li> </ul>
積分要素	パラメータ	Tiを長く	Tiを短く
	特性変化	<ul style="list-style-type: none"> <li>定常偏差解消が遅くなる</li> <li>行き過ぎ量が少なくなる</li> <li>系の安定性が向上</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>定常偏差解消が速くなる</li> <li>行き過ぎ量が大きくなる</li> <li>系の安定性が減少</li> </ul>

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_P}{T_I s}$$



# 実験3 制御系の調整・特性改善

- 課題8:PI制御時の外乱影響

→課題7で求めた値に加え,  $K_p$ ,  $T_i$ を変える  
(安定した $K_p, T_i$ 時は外乱も)

※振動している $k_p$ ,  $T_i$ 時は外乱のデータはいりません

# 発展課題

- 3つのモータの特性比較

ステップ応答時(外乱あり)のモータ回転数を他の2つの班からもらうこと

1つのモータ最大回転数を基準とした**正規化**を必ず行うこと

実験を通しての疑問

**モータの種類と使い分けはどうする  
のか？**

# モータの価値

## Performance (Specification)

- 重量(体積)に対して出力(トルク)が大きい
- 少ない電流で大きなトルクを発生(トルク感度が高い)
- 慣性モーメントが小さく、角加速度が大きい
- 加えた電力に対して大きな出力となり効率が良い

## Additional Value

- 回転ムラ(コギングトルク)がなく、滑らかに回る
- 低電圧から滑らかに起動できる
- 短時間における強大な(最大)出力
- 長時間に渡り、十分な(定格)出力を維持できる
- (想定外の)過負荷, 過熱に対して堅牢
- 長期間に渡り性能を維持する信頼性(品質)

低スペックでも、メンテナンスフリーかつ全数検査できない組み込み用の低価格品にこそ求められる性質

# 良いモータを使う意義

付加価値	決定要素
強力なトルク	大電流に耐える太い巻線(コイル)
	精度の良いコイル巻き付け(コアレス構造)
	精度の良い磁気回路(マグネット形状・材質)
高速応答	低慣性(モータ)
	動的に正確に動く
極低速時の滑らかな回転	低摩擦軸受
	角速度精度
	精度よく動く
高いエネルギー効率	精度の良い磁気回路
	低イナーシャ
	低摩擦軸受
耐久性・信頼性	各部材質, 加工精度, 組み立て精度

# 良いモータを理論から考える

$$\omega(s) = \frac{\frac{1}{K_G}}{T_E T_m s^2 + \left(T_m + \frac{Lb}{K_I K_G}\right) s + \frac{Rb}{K_I K_G} + 1} E + \frac{\frac{Ls + R}{K_I} \frac{1}{K_G}}{T_E T_m s^2 + \left(T_m + \frac{Lb}{K_I K_G}\right) s + \frac{Rb}{K_I K_G} + 1} \tau$$

$\frac{Ls + R}{K_I}$  について考えてみよう

これが小さいほど



外乱トルク $\tau$ に対する感度が下がる



外乱に強い

- インダクタンス $L$ は概して小さい
- 電機子抵抗 $R$ が小さいほど良い
  - 良質な巻線
  - 良質な接点
- トルク定数 $K_I$ が大きい程良い
  - 強力な磁気回路
  - 高精度な磁気回路



# 発展的課題について

- 本実験では, 3~4種類のモータを利用.
  - グループ間でデータを交換, 各モータのステップ応答を比較するグラフを作成.
- 1) 各々のモータの持つ特性について考察
- 2) 自身が用いたモータに制御をかけた場合の特性について論じる

欲しい応答にするにはどんなモータが求められるか？

高価で高性能なモータで良い結果が得られるか？

制御設計においてどのようにモータ選択すればよいか？

# 5. 実験後のまとめ・解説

本日の実験全体の理解と  
課題9課題10のために

実験を通しての疑問

**今日の実験では何をやったのか？**

# 本日の振り返り

	実験・作業	対応する課題
1	制御を考える, 議論する	課題1
2	モータの伝達関数(モデル)を作る	課題2
3	実験1: 制御対象の特性を知る	課題3~4
4	比例フィードバック制御の伝達関数を求める	課題5
5	実験2: 比例フィードバック制御の問題点を理解	課題6
6	実験3: PI制御で制御特性を改善	課題7~8



- 制御工学1
- 制御工学2の前半の内容を含んでいる

実験を通しての疑問

**制御とは何をするのか？**  
**制御理論の価値とは何か？**

# 理論を考える理由

	理論	調整
構想時	制御系の機能のデザイン 仕様検討	
設計時	パラメータ・条件の計算 シミュレーションで予測	計測・パラメータ同定
設置・ 運用時	制御系の妥当性確認	理論値と実動作の相違解消 パラメータ合わせ込み
不具合 発生時	原因の推測 現象の解明	実動作計測

パラメータ調整(チューニング)で仕事した気になれる  
(理由は手間がかかるから)



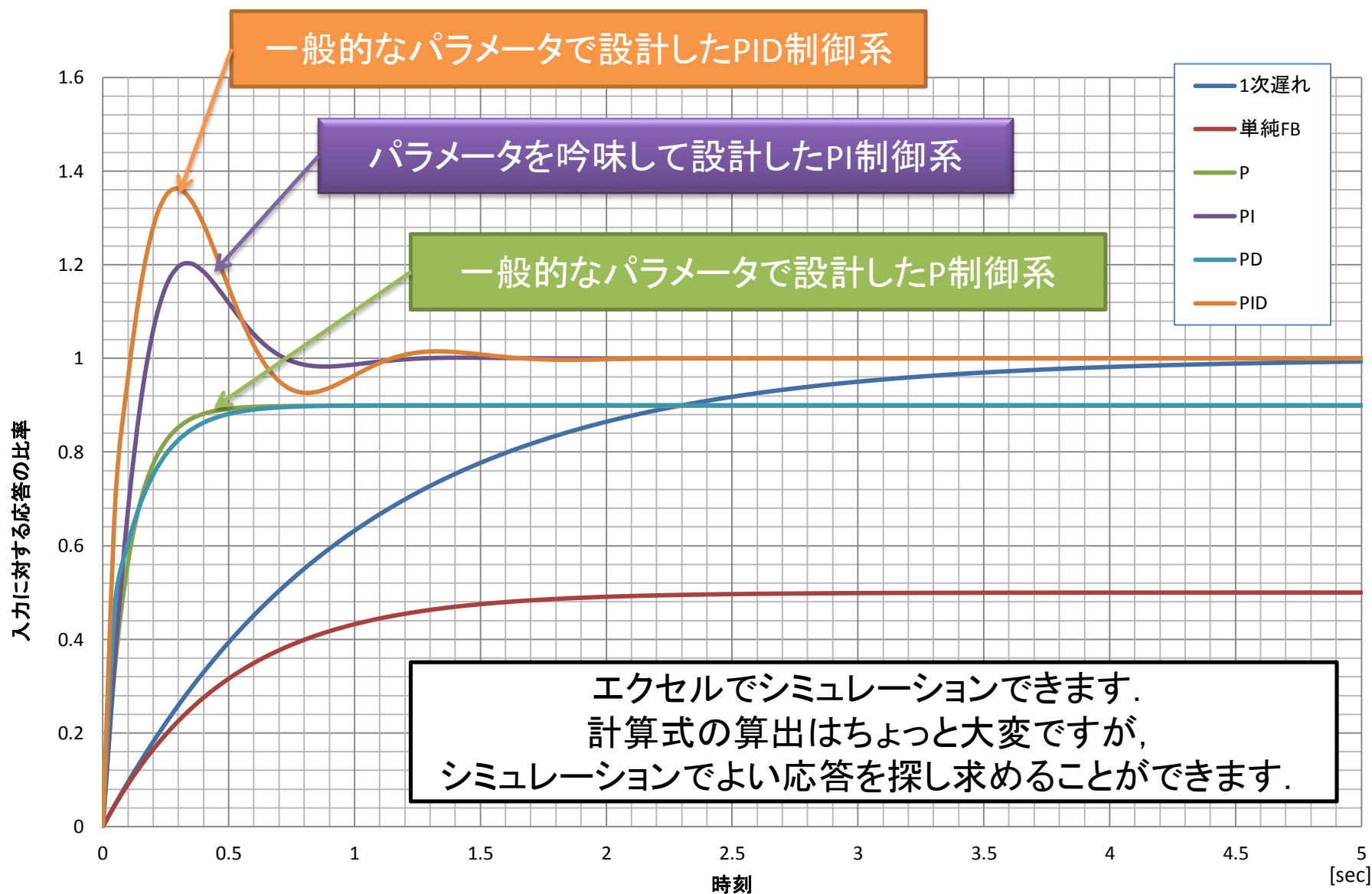
理論通りの応答になるとは  
限らない



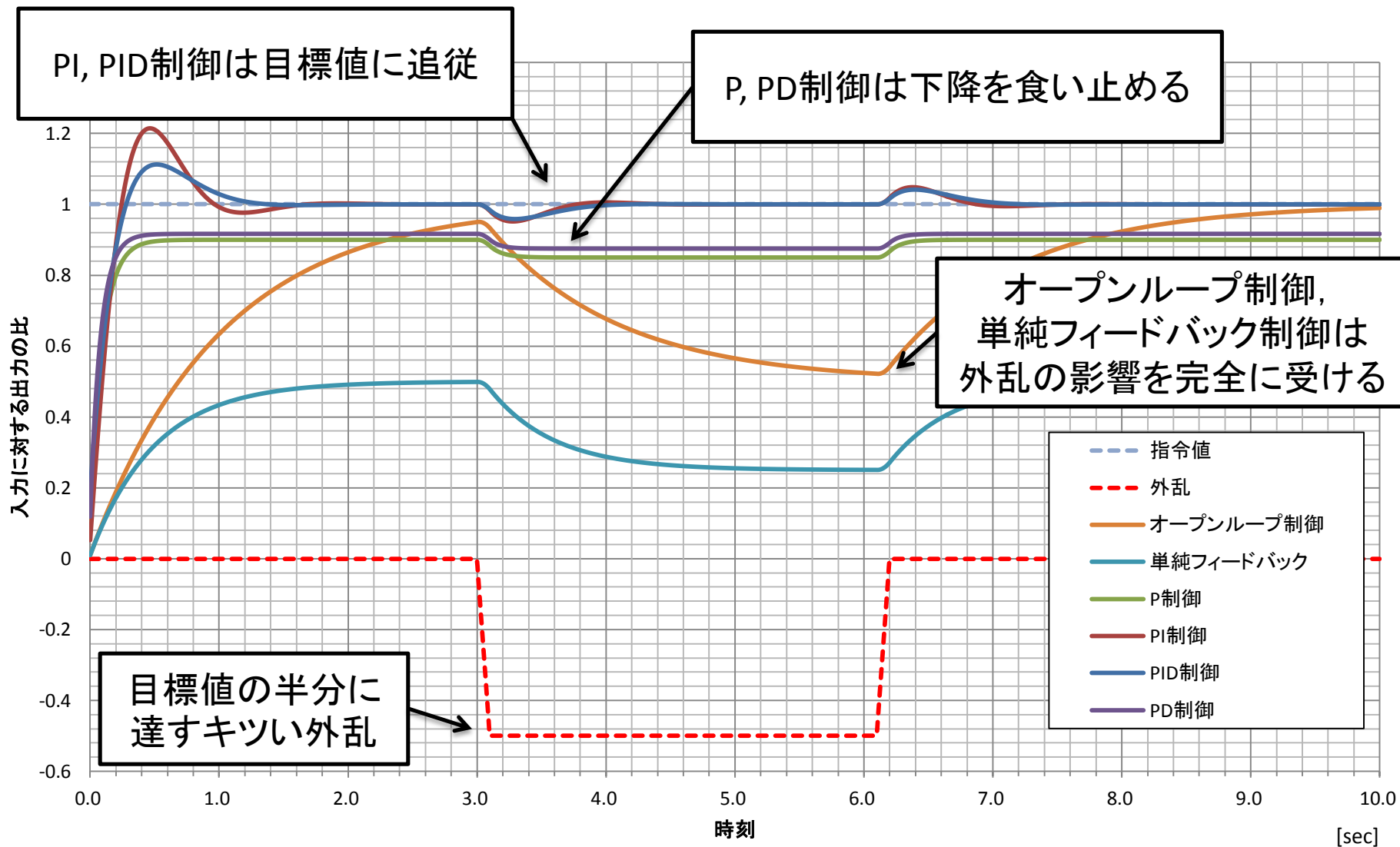
パラメータ調整  
(チューニング)  
は必要

これでは不十分で非効率

# PI制御でもしっかり調整すると



# 制御の極意！外乱に対する応答



外乱に対する各制御方式の応答の比較



## 6. レポート課題

# 課題9

[制御器(コントローラ)を上手に設計することで, 欲しい制御特性を実現することが可能である]ことについて, その真偽を含め, 理由を示しながら説明して下さい.

考えるポイント: 文章から考えるべき要素を抽出

欲しい制御特性?

制御する目的は何か?

制御系に何をさせたいか?

欲しい特性はどのようなものか?  
仕様は?

制御器(コントローラ)を上手に設計?

どんな要素をどのように制御するか?

どのような方式の制御をするか?  
どのような工夫をするか?

制御系の設計法, 指標は?

実現することが可能?

本当か? 何故か?

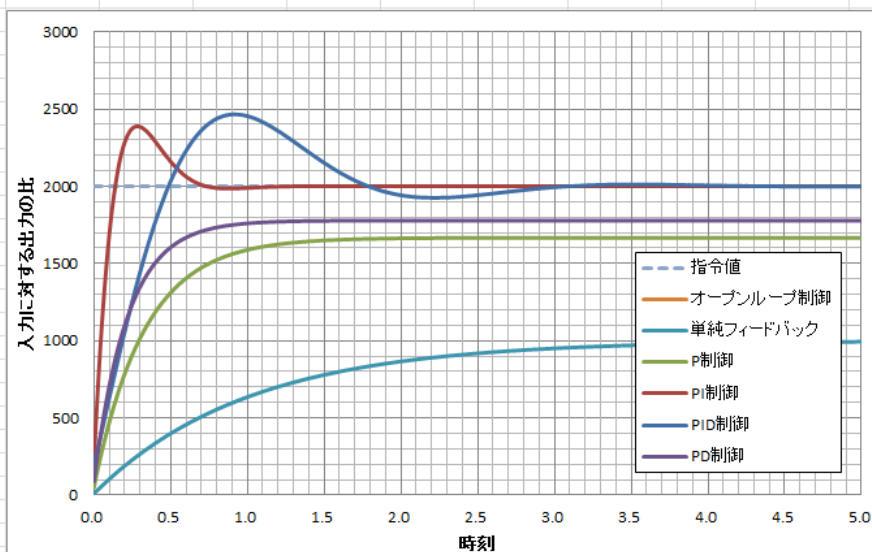
どのように評価するか?

# 課題9説明

1. 実験時に用いた値(目標値, 時定数やゲイン)を利用しシミュレータ上で再現
  1. 結果グラフのプリントアウト
  2. 実測値との比較, 考察
2. 他の制御方式のゲインを調整し, どのように変化するか検討
  1. 自身でよい調整ができたとも思われる例をプリントアウト
  2. 比較・考察

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1				オープンループ制御	単純フィードバック	P制御	PI制御	PID制御	PD制御	
2										
3	T	sec	2	2	2	2	2	2	2	
4	Kp	1	1	1	5	20	5	8		
5	Ti	sec			18		30			
6	Td	sec					15	1		
7	Ki	1				1.111111	0.166667			
8	Kd	1					75	8		
9	$\Delta t$	sec	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	
10	Pv(0)	rpm	0	0	0	0	0	0	0	
11	SV	rpm	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	

	授業時に測定, 指定された値を利用
	自身で調整
	参考値表示(変更不要)
	変更不要



各制御方式の応答の比較

## ダウンロード先

- [http://www.isc.meiji.ac.jp/~mcelab/kikai\\_jikken1/20141203\\_jikken1\\_kadai.xlsx](http://www.isc.meiji.ac.jp/~mcelab/kikai_jikken1/20141203_jikken1_kadai.xlsx)

# 課題10

各自が関心を持った制御対象について例を挙げ、その特性改善には何が必要か(対策が講じられているか)を考え、理由を示しながら説明して下さい。

課題1では、制御についてよく分からない状態で漠然と考えてみた。

本実験を通して制御について一端を学べたのではないだろうか？

制御という概念はどんなものだろうか？

関心を持った対象はどんな制御の仕組みだろうか？

制御により何が出来て、改善できるであろうか？

どんな工夫がなされ、不十分な点をどのように補っているだろうか？

課題1の段階から、どのように理解できたかを含めて説明して下さい。

課題1について書いたレポートは、追記はよいが書き直す必要はありません。