
DCT 離散コサイン変換

コンテンツ配信技術 2

菊池浩明

静止画像形式

■ BMP

- Windows標準,
1,4,8,24ビットモード

■ JPEG

- Joint Photographic
_____ Groups
(ISO/CCITT)
- _____ な圧縮
(非可逆圧縮),
圧縮率可変

■ GIF

- Graphic Interchange
Format
- CompuServe Inc.,
256色

■ TIFF

- Tag Image File
Format

■ PNG

- Portable Network
Graphics

JPEGとは

■ 概要

- ISO(_____), CCITT(国際電信電話諮問委員会, 現在ITU-TS)合同の専門家グループ

■ 特徴

- 静止画像圧縮 (c.f. MPEG)
- ロッシー (lossy)な圧縮/ロスレス
- 任意の圧縮率
- 自然画像◎, 漫画△, 文字線画×

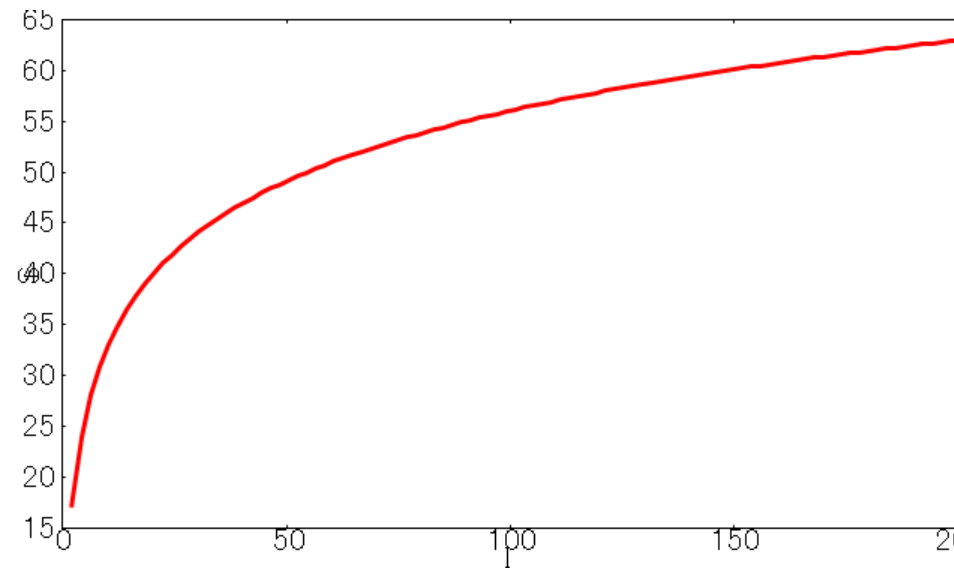
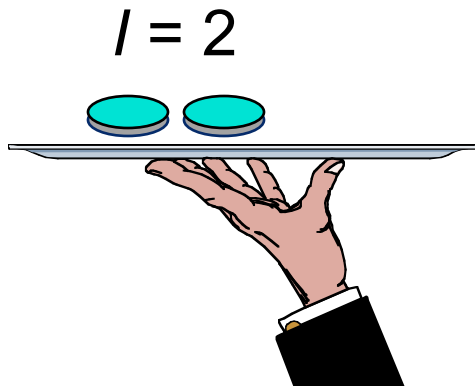
人間の知覚

■ Fechnerの_____法則

□ 感覚量 S , 刺激強度 I

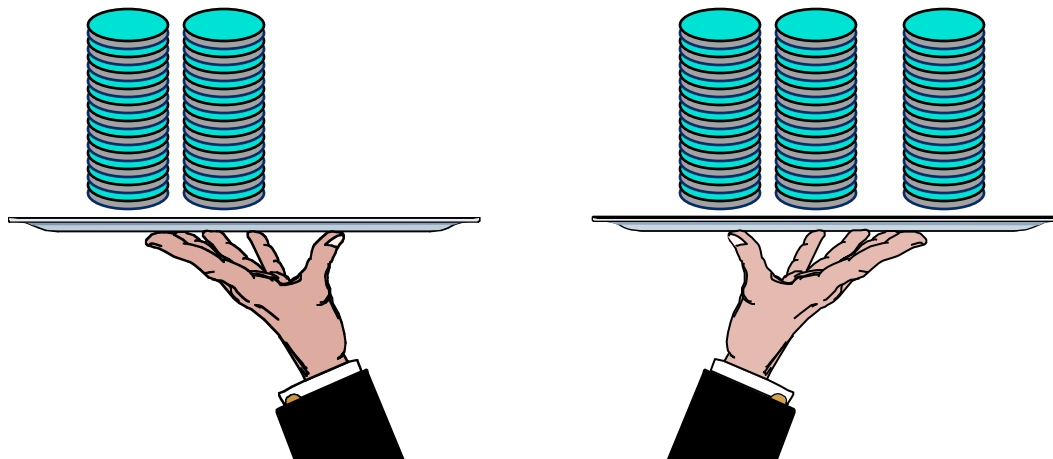
$$S = k \log I + b$$

$$S_2 = k \log 2 + b$$



知覚弁別テスト

- 違いを近くできるか？
 - (a) 2個と3個のコインの重さ
 - (b) 200個と201個のコインの重さ
 - (c) 200個と300個のコインの重さ



知覚特性の応用

■ 知覚

- ダイナミックレンジは広い.
- 高周波成分は鈍い
 - » 高周波は荒く量子化
- _____ 変化に敏感, 色差は鈍い
 - » 色差はまびく

JPEGの原理

■ 離散_____変換

□ _____ Cosine Transform: DCT

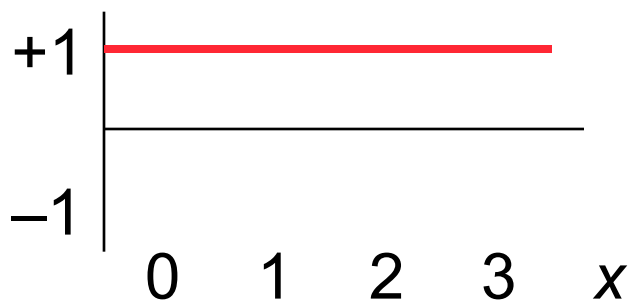
□ 画像データ $f(x,y)$ (-128~+127)

□ インデックス $x, y, u, v = 0, 1, \dots, 7$

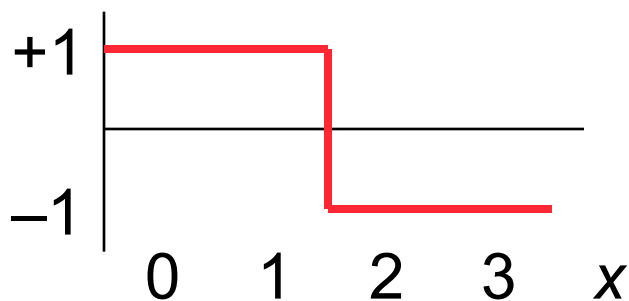
$$F(u, v) = \frac{1}{4} C(u)C(v) \left(\sum_{x=0}^7 \sum_{y=0}^7 f(x, y) \cos \frac{(2x+1)u\pi}{16} \cos \frac{(2y+1)v\pi}{16} \right)$$

□ $C(0)=1/\sqrt{2}, C(1)=\dots=C(7)=1$

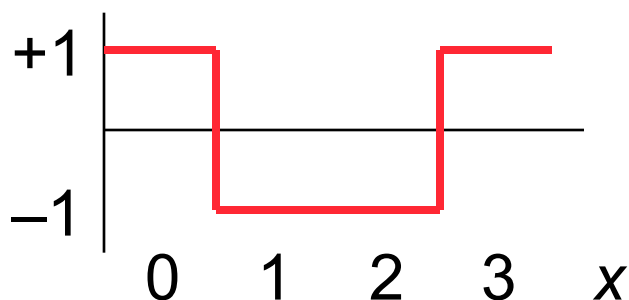
直交基底



$$F_1 := (+1, +1, +1, +1)$$

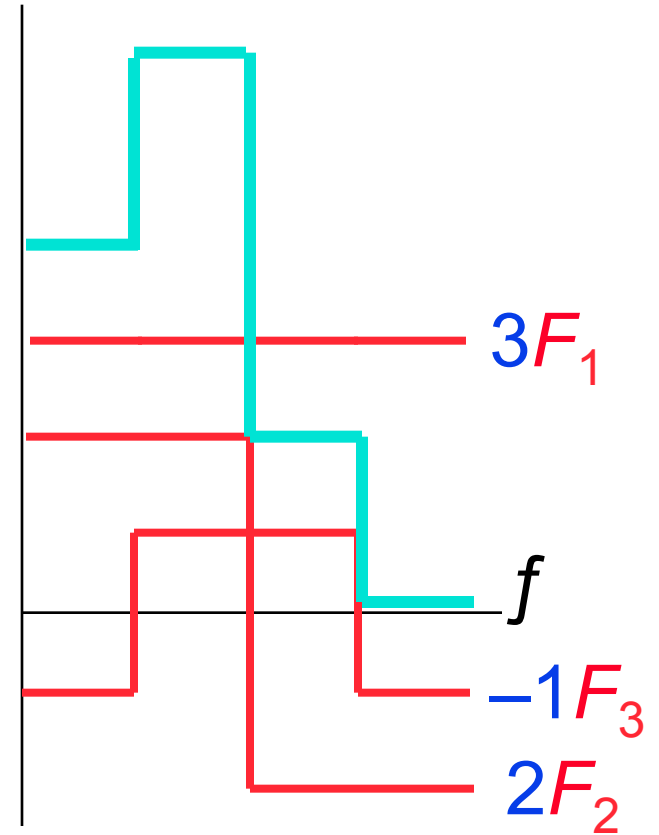
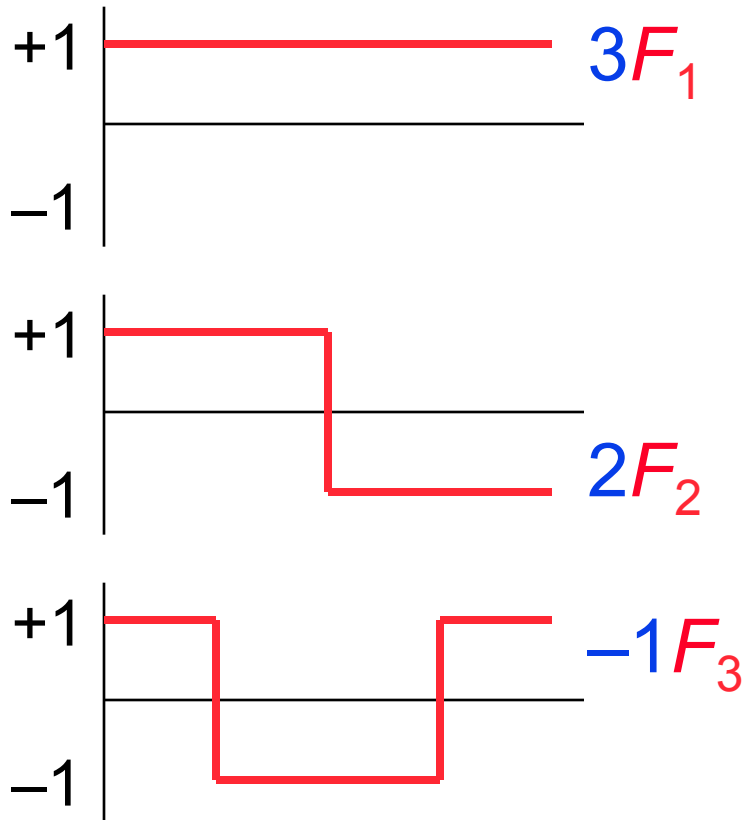


$$F_2 := (+1, +1, -1, -1)$$



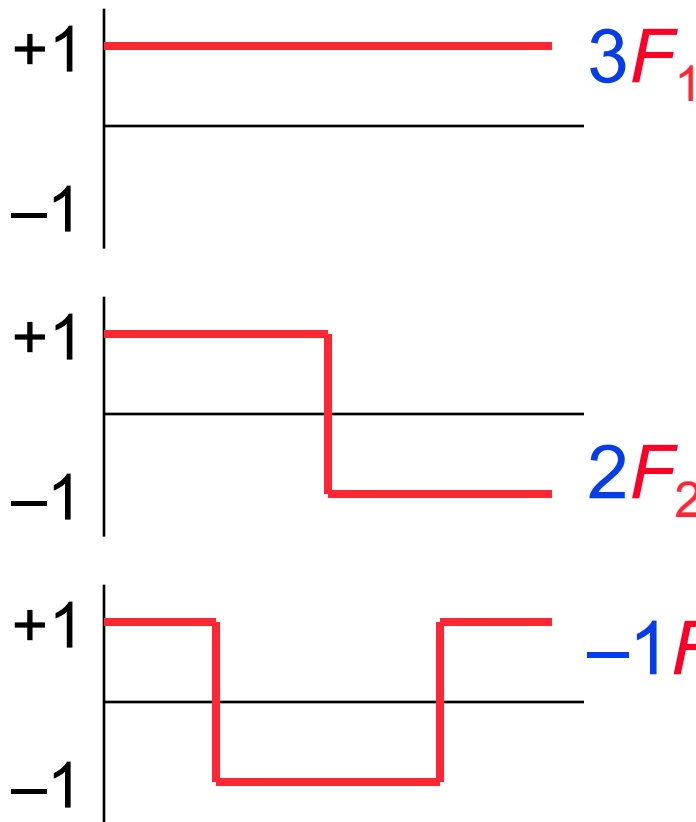
$$F_3 := (+1, -1, -1, +1)$$

直交基底の合成

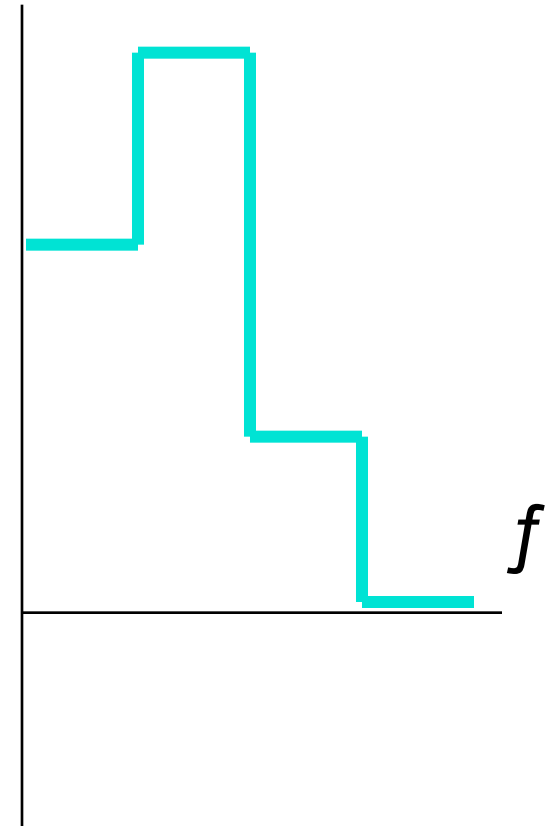


$$\begin{aligned} f &= 3F_1 + 2F_2 - F_3 \\ &= aF_1 + bF_2 + cF_3 \end{aligned}$$

直交基底の



合成
→
←
展開



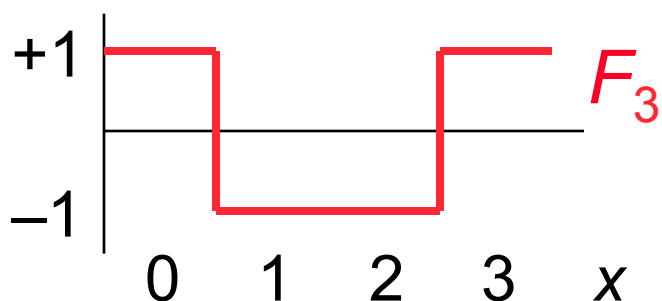
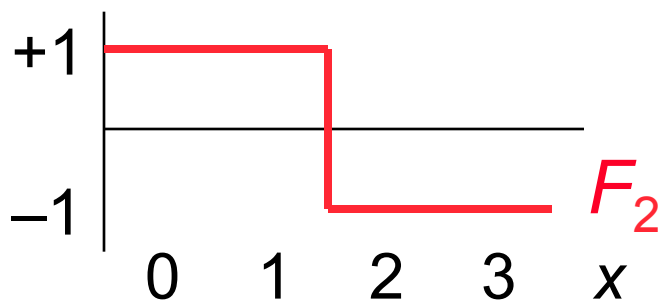
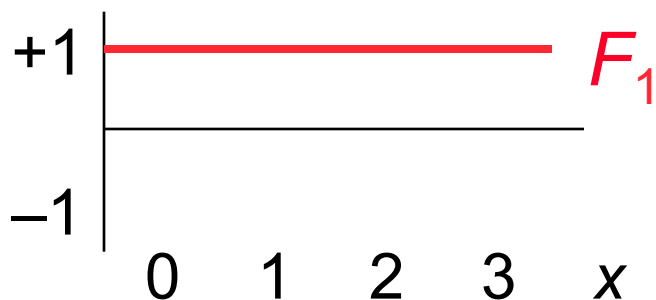
$$f = (4, 6, 2, 0) \\ = aF_1 + bF_2 + cF_3$$

問題

■ 展開

□ $f = (4, 6, 2, 0)$ を, $F_1 = (1, 1, 1, 1)$, $F_2 = (1, 1, -1, -1)$, $F_3 = (1, -1, -1, 1)$ の線形和 $aF_1 + bF_2 + cF_3$ で表わす係数 a, b, c を求めよ.

直交基底の性質



■ 内積

$$\begin{aligned} F_1 \cdot F_2 &= \sum F_1(x)F_2(x) \\ &= 1+1-1-1 = \underline{\quad} \\ &= F_2 \cdot F_1 \end{aligned}$$

■ _____ 性

任意の二組について,
 $F_1 \cdot F_3 = 1-1-1+1 = 0$
 $F_2 \cdot F_3 = 1-1+1-1 = 0$
が成立する.

直交展開

■ 直交性

$$f = aF_1 + bF_2 + cF_3$$

$$f \cdot F_2 = aF_1 \cdot F_2$$

$$+ bF_2 \cdot F_2$$

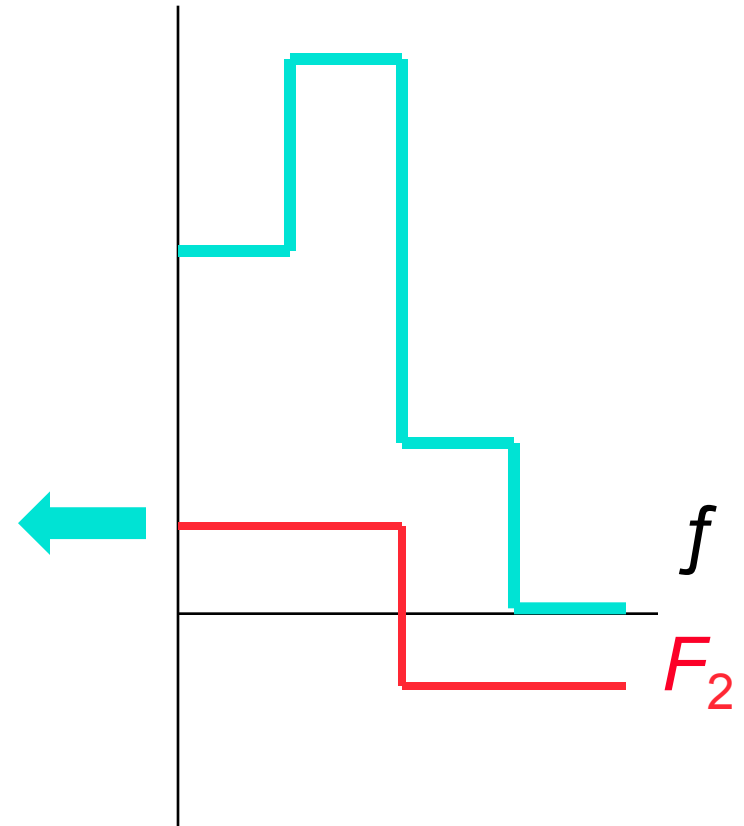
$$+ cF_3 \cdot F_2$$

$$= b F_2 \cdot F_2$$

$$b = f \cdot F_2 / F_2 \cdot F_2$$

=

=



$$f = (4, 6, 2, 0)$$

$$F_2 = (1, 1, -1, -1)$$

直交展開

■ 数值例

$$f = (4, 6, 2, 0) = 3F_1 + 2F_2 - 1F_3$$

$$\begin{cases} F_1 = (1, 1, 1, 1) \\ F_2 = (1, 1, -1, -1) \\ F_3 = (1, -1, -1, 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = f \cdot F_1 / F_1^2 = (4+6+2)/4 = 3 \\ b = f \cdot F_2 / F_2^2 = (4+6-2)/4 = \underline{\quad} \\ c = f \cdot F_3 / F_3^2 = (4-6-2)/4 = \underline{\quad} \end{cases}$$

演習

- 次の f と g を直交基底 $F_1 = (1, 1, 1, 1)$, $F_2 = (1, 1, -1, -1)$, $F_3 = (1, -1, -1, 1)$ に展開せよ. (係数 a, b, c を求めよ)
 - (1). $f = (8, 2, 0, 6)$
 - (2). $g = (3, 6, 2, 0)$
- 展開した値から関数 f' , g' を合成せよ.
- F_1, F_2, F_3 に直交する基底 F_4 を求めよ.