

Vicsekモデル及び体積排除効果による粒子の隊列飛行の性質の検証

池田研究室 博士前期課程2年

1. 背景

鳥には, 隊列をなして飛行する種が多く存在する. 本研究では, 鳥の飛行隊列の一種である“クラスターフォーメーション”に着目する.



ラインフォーメーションの例

非線形波動伝搬モデル

$$m \frac{d^2 y_n}{dt^2} = a + k \left(U_0 - \frac{dy_n}{dt} \right) + F(y_{n-1} - y_n) - \gamma \left(\frac{dy_n}{dt} \right)^2$$

y_n : 先頭から n 番目の個体の位置

カナダガンの観測結果に基づいた数理モデル

$$\begin{cases} \omega'_i = A\omega_i + B e_i \\ m x''_i = C\omega_i + D e_i \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{鳥の力の生成過程が線形であるという} \\ \text{仮定のもと, 鳥の進行方向に対して横} \\ \text{方向の運動を記述したモデル.} \end{array}$$

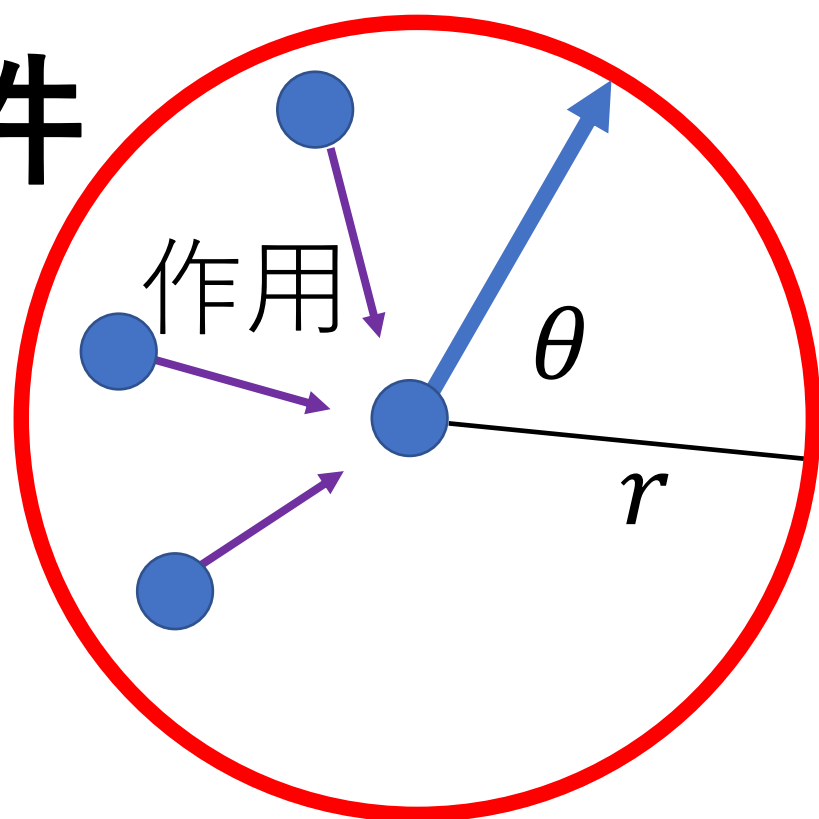
これらでは, **隊列飛行のモデルとして不十分**

2. 目標

Vicsekモデル + 体積排除効果によって
粒子の**隊列飛行の性質を解明する.**

3. Vicsekモデル

初期条件



一辺の長さ L の正方形セル内 N 個の粒子がランダムに分布. 各粒子は位置 x_i と速度 v_i をもつ. v_i は大きさ v , 方向 θ により決定. セルは周期境界条件. 粒子は半径内粒子と相互作用. 位置と方向を決定, 更新しセル内を駆動.

更新規則

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + v_i(t)\Delta t$$

$x_i(t)$:時刻 t における粒子 i の位置

$\Delta t = 1$:更新間の時間

$$\langle \theta(t) \rangle_r = \tan^{-1} \frac{\sin \theta \text{の平均}}{\cos \theta \text{の平均}}$$

$\Delta \theta$:ノイズ $\left[-\frac{\eta}{2}, \frac{\eta}{2}\right]$ からランダム

$$\theta(t + \Delta t) = \langle \theta(t) \rangle_r + \Delta \theta$$

$\langle \theta(t) \rangle_r$:半径内粒子の向きの平均

特徴:**ノイズと密度によって振る舞いが変化する**

数値計算の再現

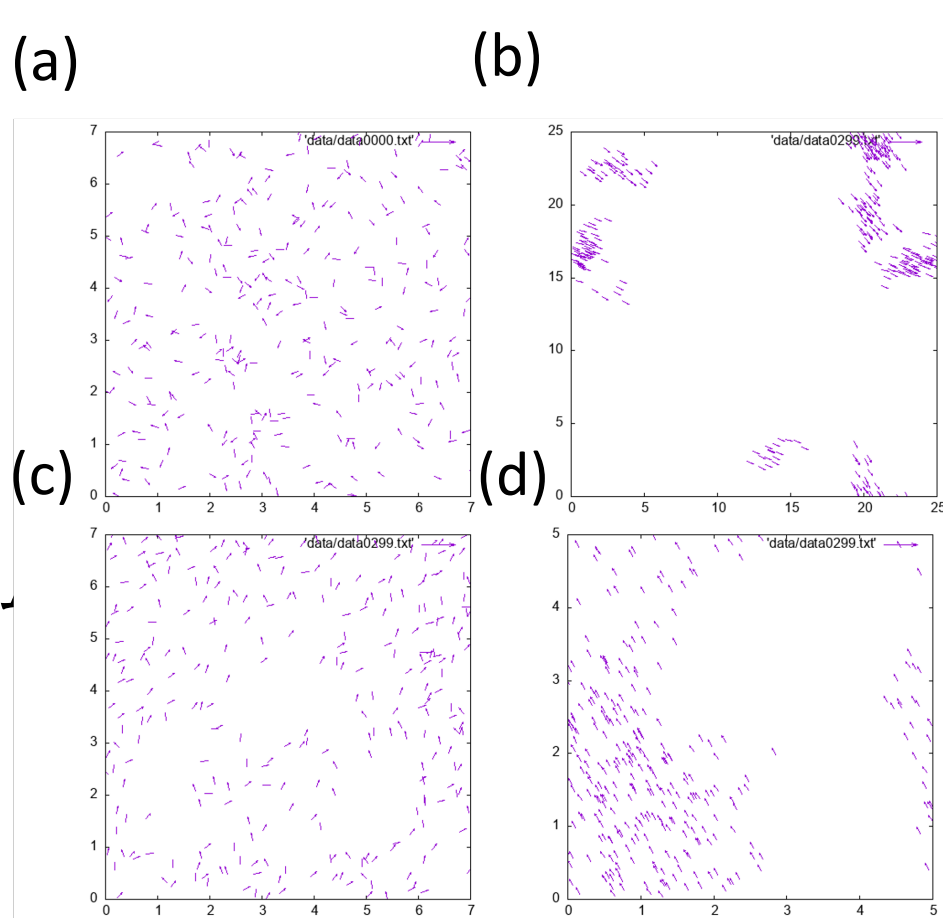
	a	b	c	d
L	7	25	7	5
η	2.0	0.1	2.0	0.1

a: 初期条件 位置, 方向ランダム

b: まとまって動くグループ

c: 相関をもちつつランダム

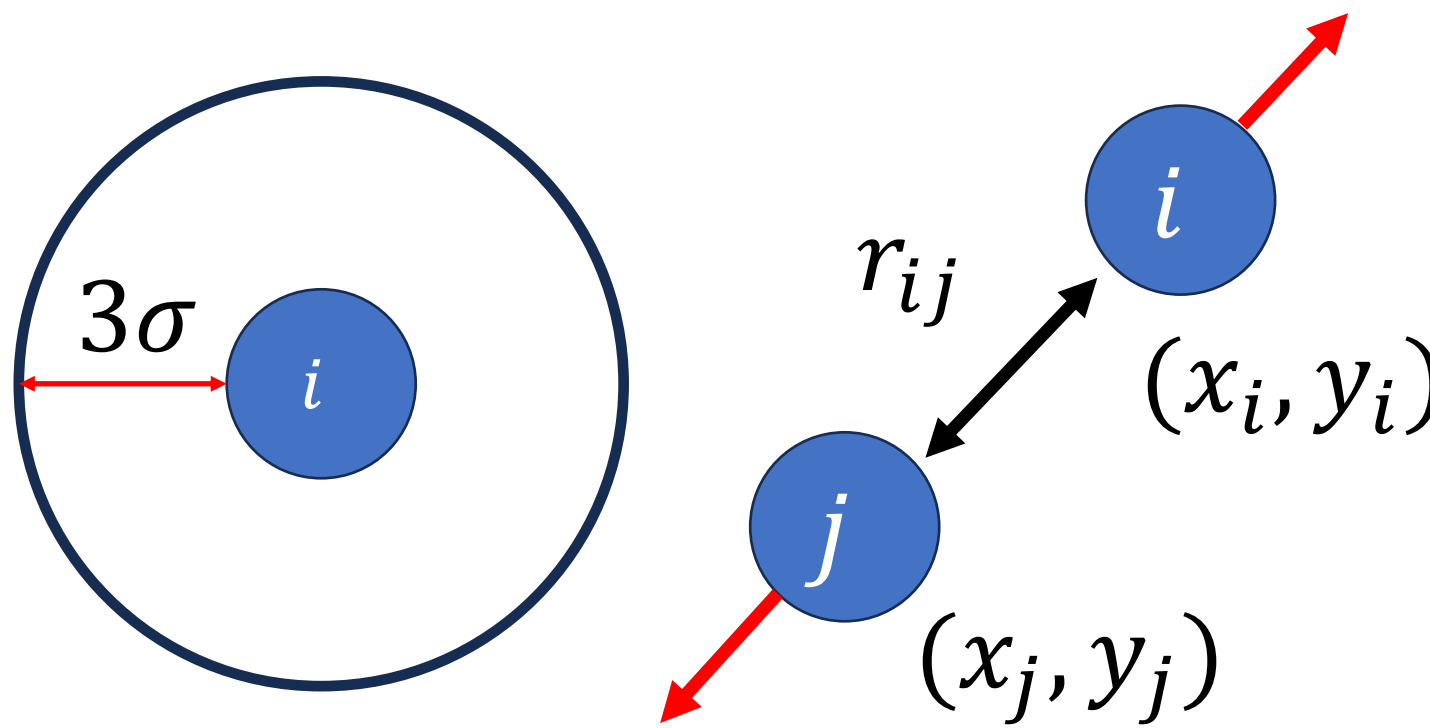
d: 全粒子がほぼ同じ方向



左図はVicsekモデルで $N = 300$ とし, L, η を変更して実施した数値計算の結果. ノイズと密度によって振る舞いが決まることがわかる.

4. 体積排除効果

格子内を運動する粒子に対し, 体積排除効果を導入した数理モデル. 粒子間距離の冪乗に反比例する斥力を導入する. 粒子間の距離が小さいほど大きい斥力が働く. 体積排除効果は 3σ の有効半径をもつ.



$$\begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \end{pmatrix}_i = v_0 \begin{pmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{pmatrix} + \mu F_i \quad F_i = -\nabla_i \sum_{i \neq j} v(r_{ij}),$$

$$\dot{\theta}_i(t) = \frac{K}{\pi R_\theta^2} \sum_{j \in \partial_i} \sin(\theta_j - \theta_i) + \sqrt{\gamma} \eta_i(t), v(r_{ij}) = \varepsilon \left(\frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^{12}$$

パラメータ μ, ε, σ を変えることによって斥力の大きさが変わる

生物には体積があることを自己駆動粒子に反映
粒子には, **近づくほど反発する力**が働く

5. 数値計算結果

Vicsekモデルへの導入

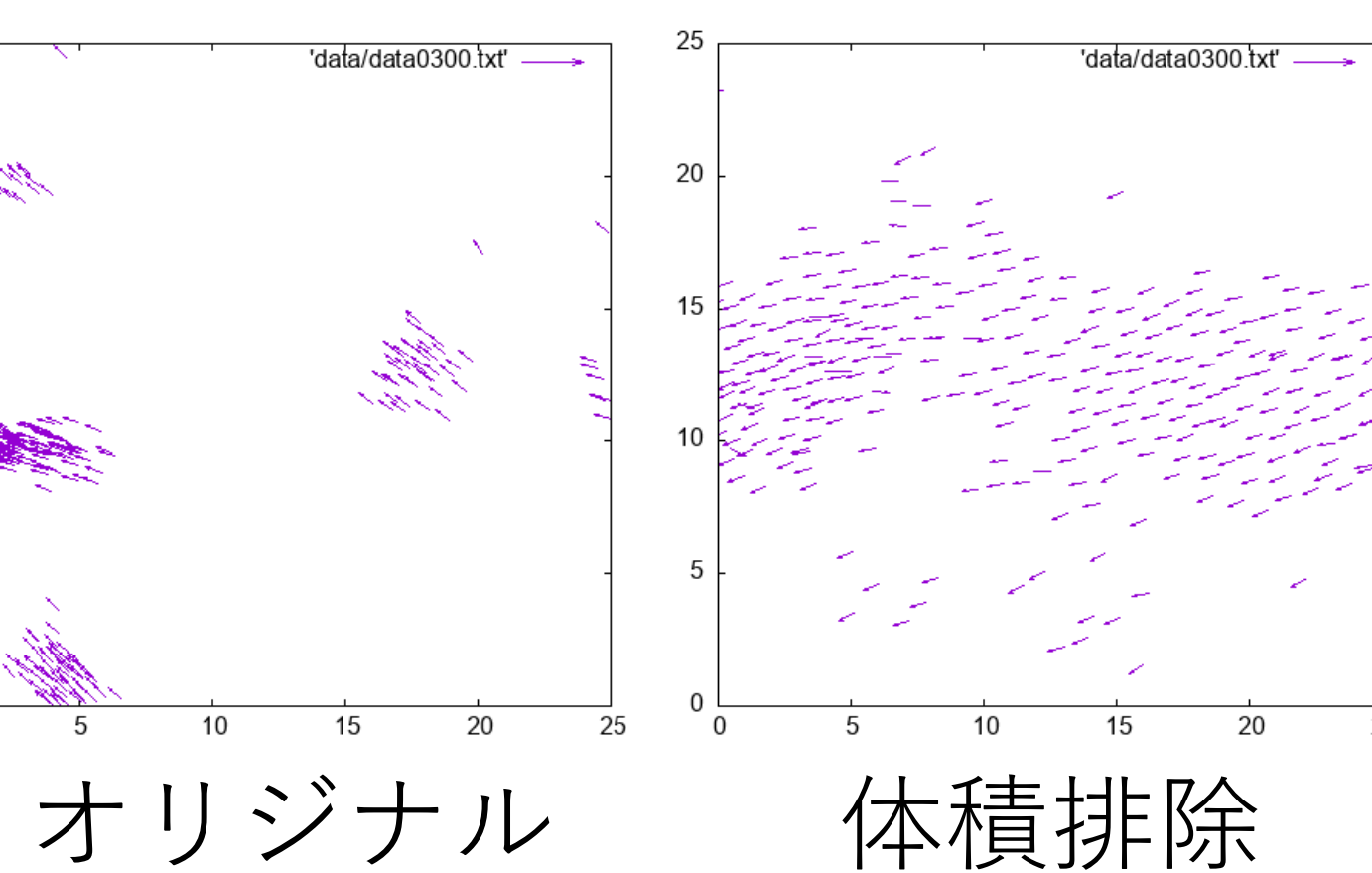
$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + v_i(t)\Delta t + \mu F_i$$

Vicsekモデル+体積排除効果

$$\mu = 1.0, \sigma = 1.0, \varepsilon = 1.0$$

$$dt = 1, L = 25, \eta = 0.1, N = 300$$

粒子間距離が**大きくなる**



オリジナル

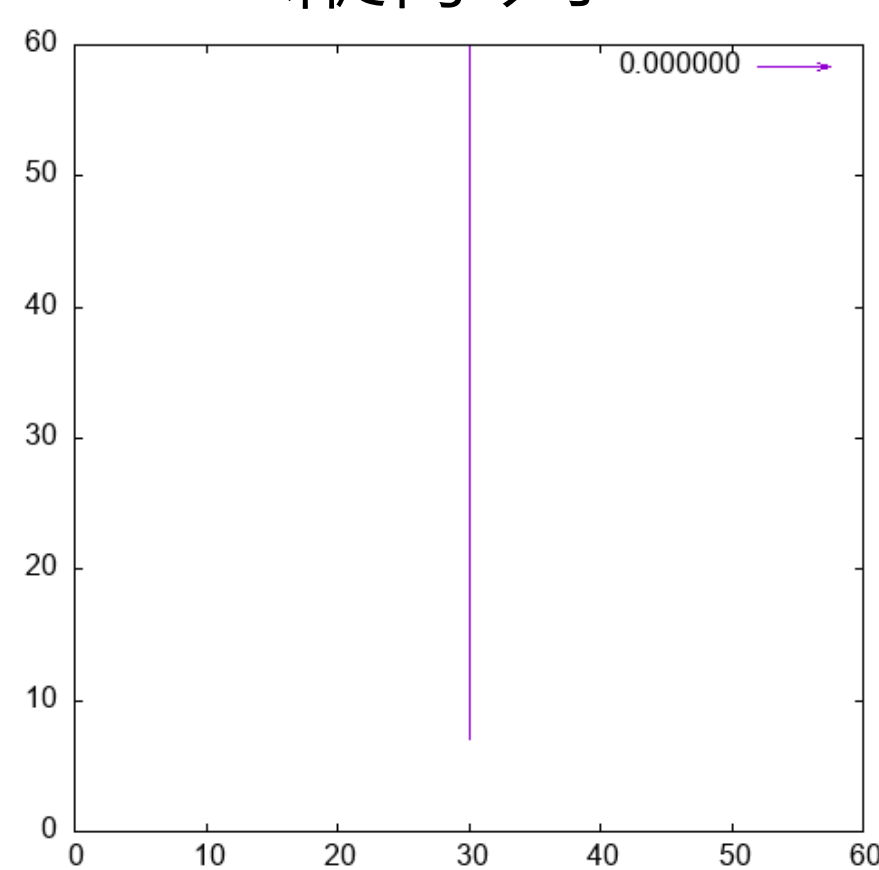
体積排除

隊列の定義

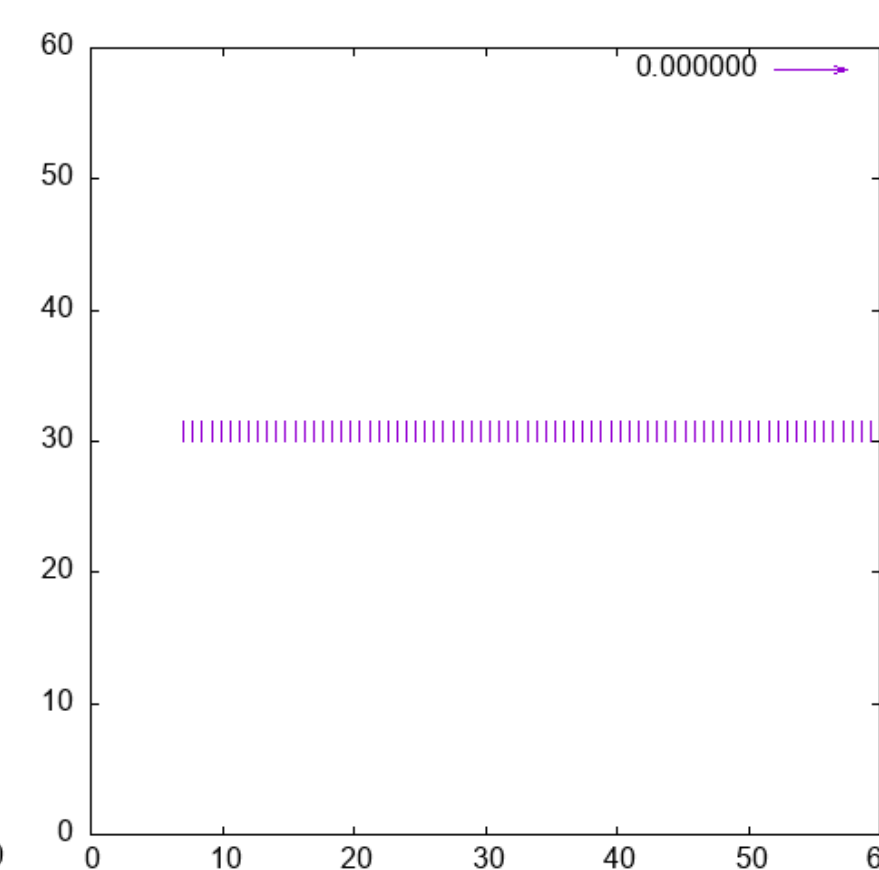
$$\text{縦隊列} \quad x_i(0) = \frac{L}{2}, y_i(0) = \frac{L}{N}i, \theta_i(0) = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{横隊列} \quad x_i(0) = \frac{L}{N}i, y_i(0) = \frac{L}{2}, \theta_i(0) = \frac{\pi}{2}$$

縦隊列



横隊列



縦隊列と横隊列を上式の x_i, y_i はそれぞれ粒子 i の x 座標, y 座標を表しており, θ_i は粒子の持つ方向を表す. 粒子は同一直線上に配置されている.

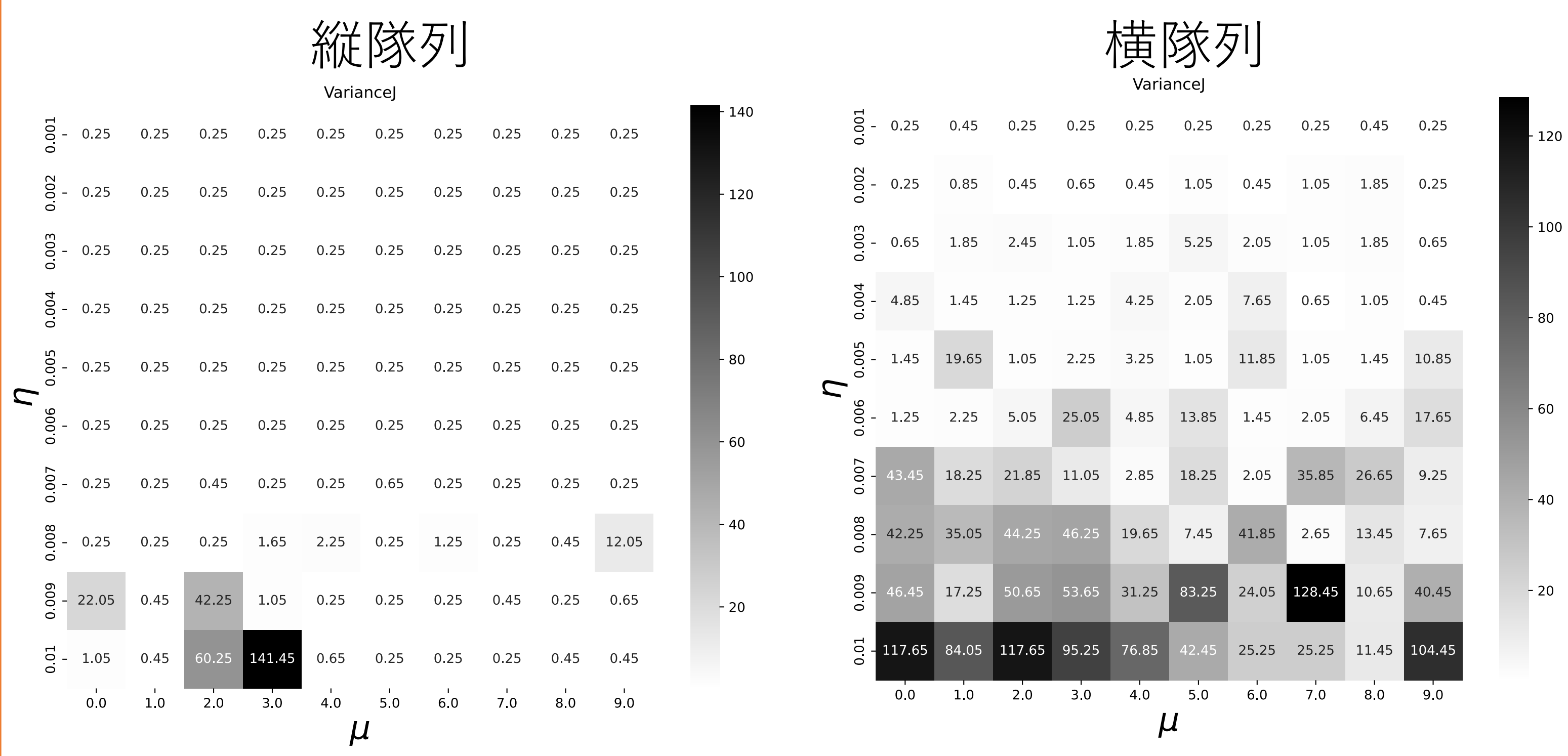
体積排除なし

体積排除あり

縦隊列:**しなるような形状を形成する**

横体列:**形状変化は少ないように見える**

方向ごとのズレの違いを分散で評価



縦隊列:縦方向でのズレは小さい

横体列:ノイズが大きいほど隊列はバラバラ

6. 結論

Vicsek+体積排除によって表現した粒子の**隊列飛行の性質を明らかにした.**