多車線を考慮した交通流モデル

明治大学 総合数理学部 現象数理学科 池田研究室4

1. 序論

～交通流モデル～
車両の動きをモデル化したもの
～種類～
・ミクロモデル:個々の車の動き

OVモデル(ミクロモデルの例) $\ddot{x}_n(t)=\frac{1}{T}[V(\Delta x_n(t)) - \dot{x}_n(t)]$

・マクロモデル:道路上の車全体の流れ

LWRモデル(マクロモデルの例)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho V)}{\partial x}=0 \quad V=V(\rho)$$

$V(\rho)$は最適速度関数
平衡状態のモデル

速度に動的変数を使う2次モデルを用いる

2. 目標

交通流モデルとしてBurgers方程式と2次のマクロモデルの数値シミュレーションを行い、比較検証をする

3. 数理モデルの紹介

～Burgers方程式～

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}=D\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

交通流初期に使われていた
単純なモデル

～Lee氏により提案された2次マクロモデル～

OVモデルから導出

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho V)}{\partial x}=0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}=\lambda(V(\rho^{-1})-v)-\frac{\lambda}{2\rho^3}V'(\rho^{-1})\frac{\partial \rho}{\partial x}+\frac{\lambda}{6\rho^2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

～Song氏により提案された2次マクロモデル～

反応項を考慮したミクロモデルから導出

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho V)}{\partial x}=0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\left(v-\frac{h(\rho)}{\tau}\right)\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{1}{T}(V(\rho)-v)+\frac{h^2}{2\tau}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

4. スペクトル法

数値解法としてスペクトル法を使用する
解関数 ➡ 基底関数の線形結合 ➡ 基底関数の計算

線形項の処理

$$\rho(x,t)=\sum_{k=-N}^{N}\hat{\rho}_k(t)e^{ik\frac{2\pi}{L}x},\ v(x,t)=\sum_{k=-N}^{N}\hat{\rho}_k(t)e^{ik\frac{2\pi}{L}x}$$

ρとvに関してのPDE $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ $\frac{\partial v}{\partial t}$ ➡ $\hat{\rho}_k$と $\hat{v}_k$に関するODE $\frac{d\hat{\rho}_k}{dt}$ $\frac{d\hat{v}_k}{dt}$

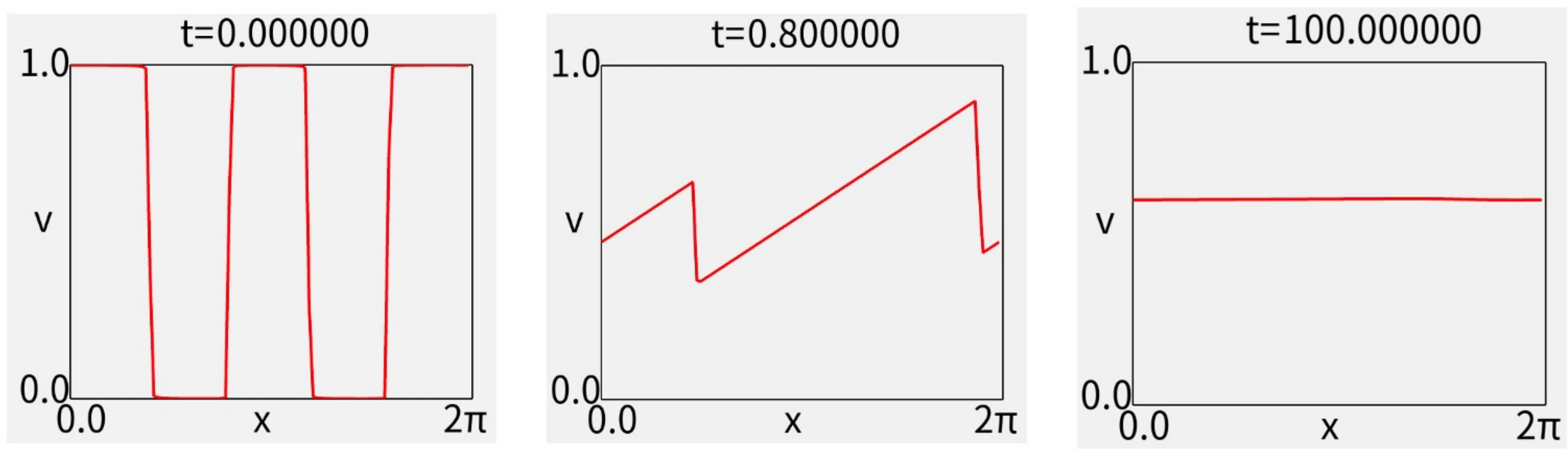
非線形項の処理

$$v\frac{\partial v}{\partial t} \Rightarrow \sum_{k=-N}^{N}\hat{F}_k(t)\,e^{ik\frac{2\pi}{L}x}\ \left(\hat{F}_k(t)=\int_0^{2\pi}v\frac{\partial v}{\partial x}e^{-ik\frac{2\pi}{L}x}dx\right)$$

～なぜスペクトル法を使うのか～
・体積保存が成り立つ
・誤差なしで高精度な解が得られる

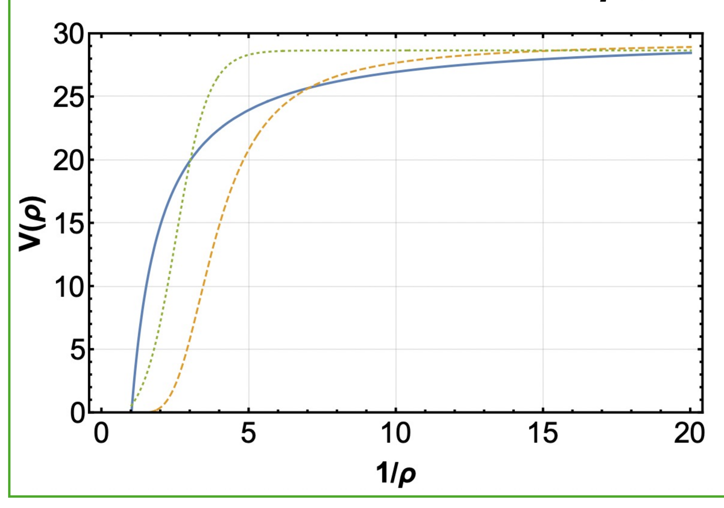
4. 数値計算結果

～Burgers方程式～



・渋滞区間を把握できる衝撃波を観測できた
・長時間経過後一様なグラフになった

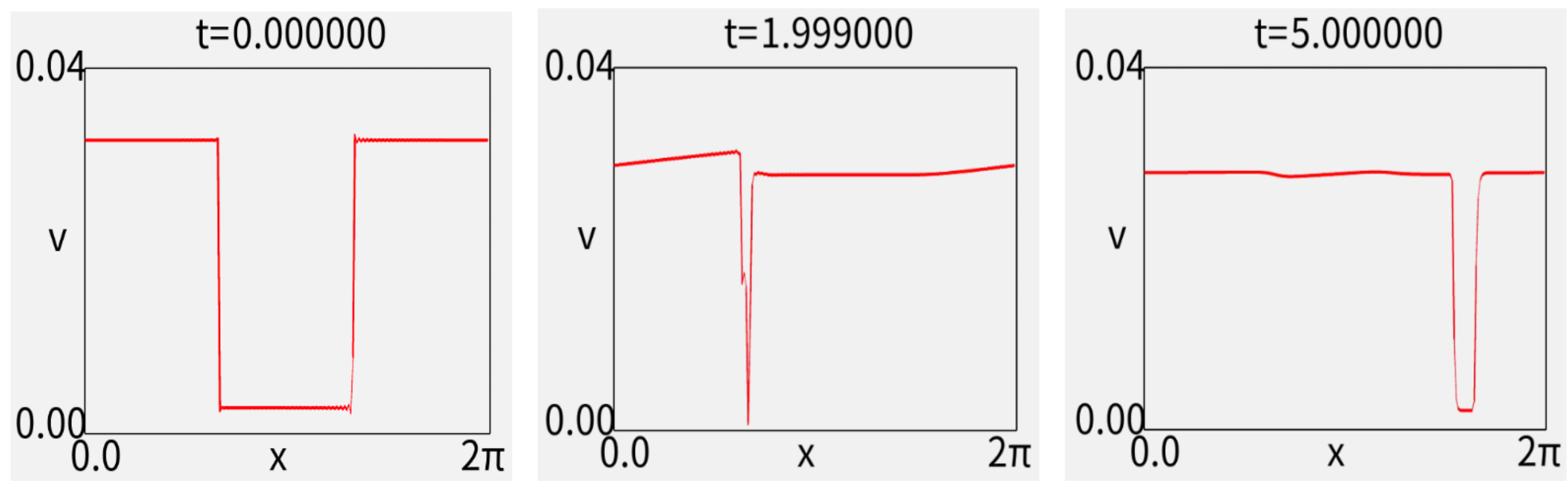
～最適速度関数$V(\rho)$～



青線:最初に提案された関数
緑線:Lee氏が使用した関数
オレンジ線:Song氏が使用した関数

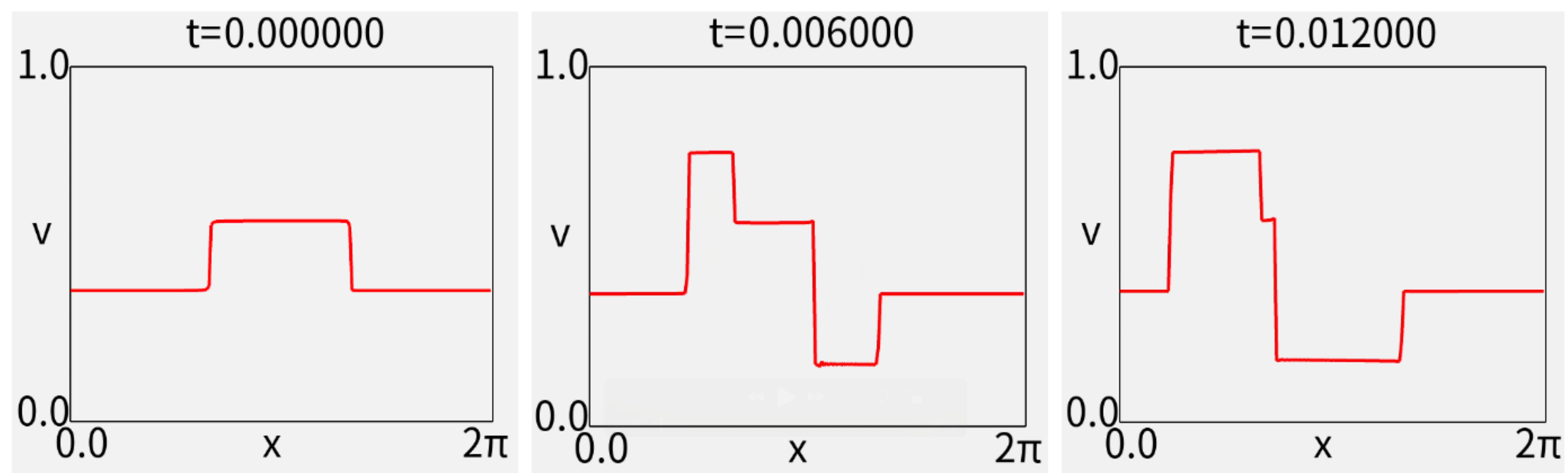
横軸$1/\rho$:車間距離 縦軸$V(\rho)$

～Lee氏により提案された2次マクロモデル～



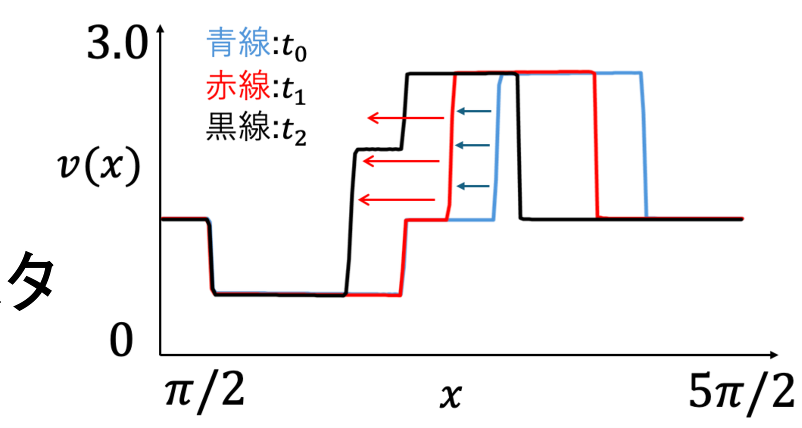
渋滞クラスタが一定間隔で後ろに進むグラフになった

～Song氏により提案された2次マクロモデル～



4層に分かれて時間変化していく結果になった

～動きを詳しく～
後方に進行する高速クラスタ
＋
一定区域に存在する渋滞クラスタ
合成波



5. 結果

3種類のマクロ交通流モデルの比較を行った

・Burgers方程式は短時間は再現可能、長時間は不可
・2次のマクロモデルは渋滞クラスタを観察可、応用可能性大

6.今後の展望

・他の2次のマクロ交通流モデルの検証
・多車線モデルを考える為レーンチェンジの要素を考慮