集団追跡と逃避における捕獲時間の転移現象

明治大学 総合数理学部 現象数理学科 池田研究室 4年

1. 研究背景

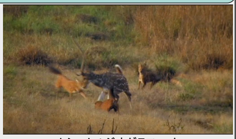
追跡と逃避は様々なところで見られる

自然界: イルカとイワシ, オオカミとシカの群れの間に見られる集団狩猟

歴史: 海賊船同士の戦いにおける戦略

数学: 1vs1の鬼ごっこを起源として古くから長く研究

複数vs複数の追跡と逃避のモデルに関心が持たれる



ナショナルジオグラフィック「イヌ科の希少動物ドール | ナショジオ」より

上村, 大平らによる集団追跡と逃避の数理モデルが注目される

Kamimura and T.Ohira, New J. Phys. 12 053013, (2010)

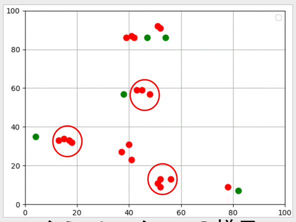
捕獲された逃走者が追跡者に変換されるモデルなど, 派生モデルが多い

R. Nishi, A. Kamimura, K. Nishinari and T. Ohira, Physica A 391 pp.337 – pp.342,(2012)

特徴 単純なモデルだが, 複雑な動きで逃走者を囲むように捕獲

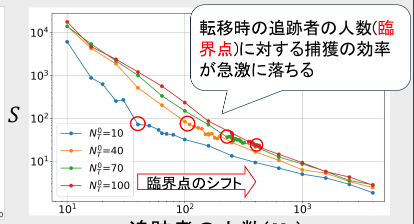
追跡者の人数(N_C)を変化させた際に捕獲時間(S)が転移

逃走者の人数(N_T^0)の増加に伴い臨界点が右にシフト



シミュレーションの様子

100×100セルの正方格子におけるシミュレーションの様子. 追跡者20人, 逃走者10人の設定. 追跡者同士が集まって逃走者を追跡する様子が確認される.



追跡者の人数(N_C)

逃走者を10, 40, 70, 100人で固定し追跡者を変化させた際の全捕獲時間S. 両対数プロットでは直線を2本繋げたような形状となる. これは臨界点でべき乗分布の指数が変化していることになる. 本研究における追跡効率は前述のべき乗の指数を指しており, べき乗の指数の絶対値が小さくなると効率が悪くなると定めた.

課題

N_T^0の変化に対する臨界点シフトの規則性はあるのか？

正方格子以外の領域で検証した場合も規則性はあるのか？

2. 目標

臨界点を定量的に定義できる手法を提案する

逃走者の人数(N_T^0)と臨界点の間には線形関係があることを示す

六角格子においても同様に線形関係があることを示す

3. 数理モデル

追跡者は<u>最も近くに存在する</u>逃走者に近づくように追跡

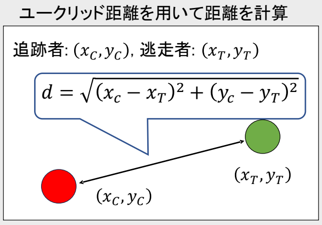
逃走者は<u>最も近くに存在する</u>追跡者から離れるように逃走

正方格子モデルにおける移動(上村, 大平によるモデル)

ユークリッド距離を用いて距離を計算

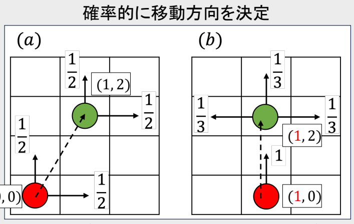
追跡者: (x_C, y_C), 逃走者: (x_T, y_T)

$$d = \sqrt{(x_C - x_T)^2 + (y_C - y_T)^2}$$



周りの存在するすべての異種エージェントに対して距離を計算. 最も近いエージェントが2人以上いた場合はランダムで選ぶ.

確率的に移動方向を決定



(a) x,y座標いずれも一致していない場合 (b) x,y座標のいずれかが一致している場合の位置関係を表す. 追跡者から逃げ, 逃走者を追跡できる向きを選択する.

六角格子モデルにおける移動(山本らによるモデルを一部改変)

K. Yamamoto, The SICE Annual Conference, pp.1004 – pp.1009, (2013)

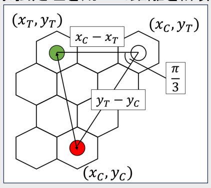
山本らのモデル

- L^1ノルム(マンハッタン距離)を使用
- 移動できるセルが1つでもあるなら必ず移動する
- 追跡者が逃走者と隣同士であれば移動せずに捕獲

上村らのモデルと対応させた本研究モデル

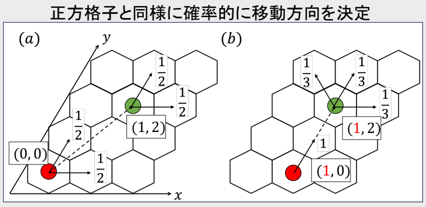
- 直線距離を使用
- 決めた移動先が占拠されてるなら移動しない
- 捕獲するために移動が必要

余弦定理を用いて距離を計算



各正六角形の中心間の距離を1としている.補助的に白丸で表した点を導入し, 三角形を作ることで余弦定理を適用し, 距離を計算.

正方格子と同様に確率的に移動方向を決定



(a) x,y座標いずれも一致していない場合 (b) x,y座標のいずれかが一致している場合の位置関係を表す. 正方格子との比較を行うため, 移動の決め方は同様に設定した. 移動先がエージェントで埋まっていた場合は移動しない.

いずれのモデルも周期境界条件を適用し, 排除体積効果を導入

フローチャート

① 初期位置が重複しないようにエージェントを配置

1ステップ

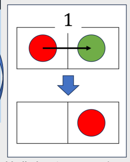
② 追跡者全員を移動させる(追跡者同士の移動順はランダム)

③ 追跡者と逃走者が同じセルに存在するときに捕獲し, 除外

④ 生存している逃走者全員を移動させる(移動順はランダム)

全逃走者が捕獲されるまで②③④を繰り返し,

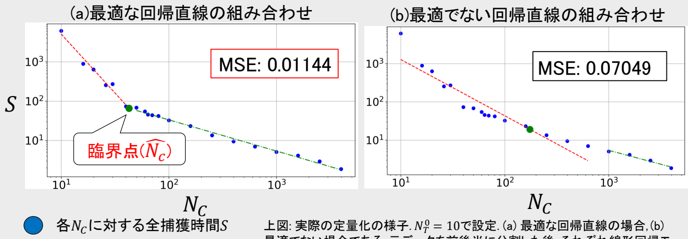
総ステップを全捕獲時間(S)と定義



上図: 捕獲時の処理の図解
②の終了時点で隣り合う場合は追跡者に捕獲される

4. 臨界点の定量化

MSE(平均二乗誤差)により評価し, 臨界点($\widehat{N_c}$)を定量的に定義



各N_Cに対する全捕獲時間S

前半データの回帰直線

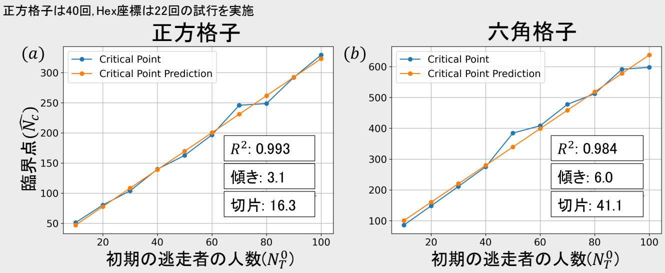
後半データの回帰直線

上図: 実際の定量化の様子. $N_T^0 = 10$で設定. (a) 最適な回帰直線の組み合わせの場合, (b) 最適でない回帰直線の場合である. 元データを前後半に分割した後, それぞれ線形回帰モデルを作成する. その後, MSEを用いて元データに対する評価を行う. これを分割する点を変えてすべての組み合わせで行い最も評価の良いモデルの交点を臨界点として定量化する.

5. シミュレーション結果

4の定量化を複数回行い, 臨界点のアンサンブル平均を計算

正方格子は40回, Hex座標は22回の試行を実施



N_T^0と$\widehat{N_c}$はいずれのモデルにおいても線形関係

正方格子では逃走者に対し追跡者3人

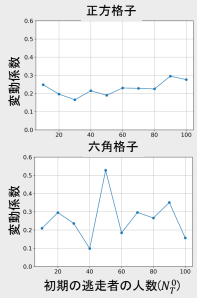
六角格子では逃走者に対し追跡者6人

まで最適な追跡効率である

最適な追跡効率を保つ上で

正方格子は3人でほぼ間違いない

六角格子は6人と言い切れない



右の変動係数(散らばりを示す指標で、標準偏差を平均で割って規格化したもの)を確認すると, 正方格子より六角格子のほうが変動の幅が明らかに大きい. そのため臨界点の変動の幅も大きいことになり, 六角格子モデルについては必ずしも最適な追跡効率が6人まで維持されるとは言い切れない.

先行研究において正方格子ではおよそ4人($\widehat{N_c} \approx 4N_T^0$)

本研究により正しい結果を示すことができた

T. Saito, T. Nakamura and T. Ohira, Physica A 447, pp172–179, (2016)

6. 結論

臨界点$\widehat{N_C}$を定量的に定義できた

逃走者の人数(N_T^0)と臨界点($\widehat{N_C}$)はいずれのモデルも線形関係

最適な追跡者の人数は正方格子では3人である

六角格子では6人であることは言い切れなかった

7. 今後の課題

N_T^0を増やすとN_Cに対するSの転移現象の前後が不明瞭

条件(エージェントの密度など)を調べ規則の適用範囲を検証