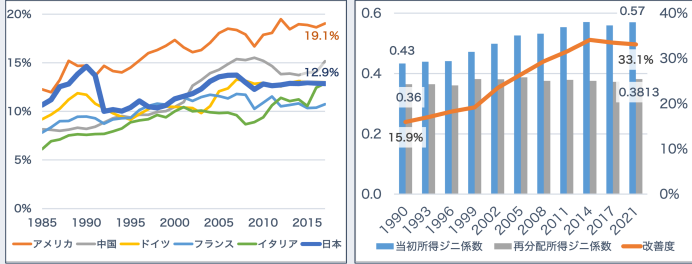


Affine Wealthモデルを用いた日本の経済格差の分析

先端数理科学研究科 現象数理学専攻 博士前期課程2年 池田ゼミ

1. 背景

世界で経済格差拡大、重大な**社会課題**である日本は富の集中があるが、格差拡大の判断は困難



経済を示す数理モデルで日本の経済格差を分析

Yard-Saleモデル

[A. Chakraborti Modern Physics C (2002)]

経済を1対1の取引に**単純化**した**資産交換型モデル**

- 人口・富の総計を固定
- 全員に同額の富を分配
- 無作為に2人組を作る
- 取引を行う
- ③→④を繰り返す

取引前 w , 取引後 w' , 変化量 Δw

$$w'_a = w_a + \Delta w_a$$

$$\Delta w_a = \beta \min(w_a, w_b) \eta$$

$$0 \leq \beta \leq 1 \text{でランダム, } \eta \in [-1, +1], E[\eta] = 0$$

Affine Wealthモデル

[Jie Li et al. Physica A (2019)]

Yard-Saleモデルに

富の再分配 χ 、**富獲得による優位性 ζ** 、**負債 κ** 導入

富の再分配：富裕層から貧困層への富の流れ

富獲得による優位性：富裕層が得られる低金利融資など経済的恩恵

$$\Delta \bar{w}_a = \beta \min(\bar{w}_a, \bar{w}_b) \eta + \chi \left(\frac{\bar{W}}{N} - \bar{w}_a \right) \Delta t$$

$$\bar{w}_a = w_a + \frac{\kappa}{1 - \kappa} \quad E[\eta] = \zeta \left(\frac{\bar{w}_a - \bar{w}_b}{\bar{W}/N} \right) \sqrt{\Delta t}$$

モデル内の負債の最大値を $\frac{\kappa}{1-\kappa}$ と仮定して取引前に貸し付け、取引後返してもらう。税率 χ で各エージェントから富を徴収し、総額を等分して分配する。当初の所有額が平均値より大きい場合は所有額が減少、小さい場合は増加する。取引による変化量 Δw の第一項の移動方向を決定する確率変数 η にパラメータ ζ に比例して偏りを与える。所有額が大きい方が有利になる。

Affine WealthモデルのFokker-Plank方程式

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial w} \sigma P(w, t) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial w^2} D P(w, t)$$

$$\sigma := (\chi - \kappa \zeta)(1 - w) - (1 - \kappa) \zeta \left\{ 2 \left(B - \frac{w^2}{2} A \right) + (1 - 2L) w \right\}$$

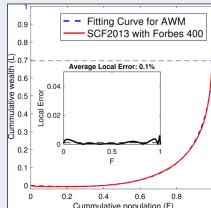
$$D := 2 \left\{ B + \frac{w^2}{2} A + \frac{\kappa(L + Aw)}{1 - \kappa} + \frac{\kappa^2}{2(1 - \kappa)^2} \right\}$$

$$A(w) = \frac{1}{N} \int_w^\infty P(x) dx, \quad L(w) = \frac{1}{W} \int_{1-\kappa}^w x P(x) dx, \quad B(w) = \frac{1}{N} \int_{1-\kappa}^w \frac{x^2}{2} P(x) dx$$

モデル内の取引操作によってエージェントの所有する富 w が変化する。その富の分布を富 w と時刻 t を用いて確率密度関数 $P(w, t)$ で表す。その時間発展を示すFokker-Plank方程式を導出した。この式でAffine Wealthモデルの富の分布を算出する。

Affine Wealthモデルは
米国の経済データに対して当てはまりが良い

右図：Affine Wealthモデルの米国の経済データに対するフィッティング結果。2013年のSCF(米国消費者金融調査)の資産データにForbes 400を加えたデータを使用。他のモデルのフィッティング結果と比べて誤差が小さく当てはまりが良い。先行研究では1989年から2016年のデータに対してそれぞれフィッティングを行い、誤差が小さいことを確認。加えてフィッティングしたパラメータを比較して米国の経済状況を分析している。[Jie Li et al. Physica A (2019)]



10年分のフィッティング結果で**経済状況を考察**

2. 目標

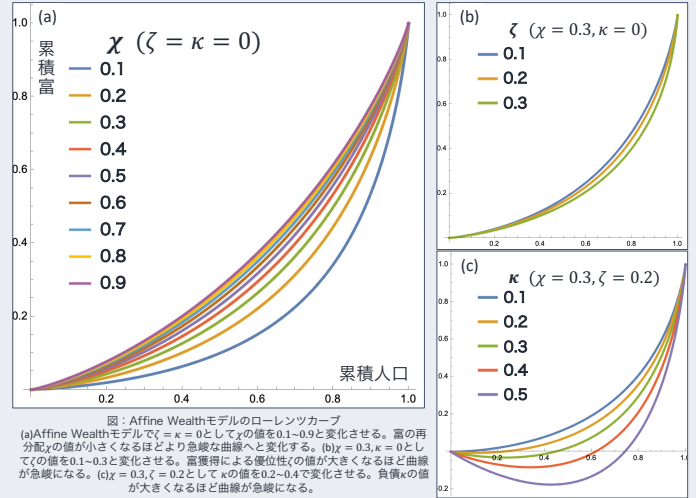
Affine Wealthモデルを用いて、

- 日本の経済データに対する当てはまりを評価
- 日本の経済格差の現状を分析

3. データフィッティング

数理モデルからローレンツカーブを描画

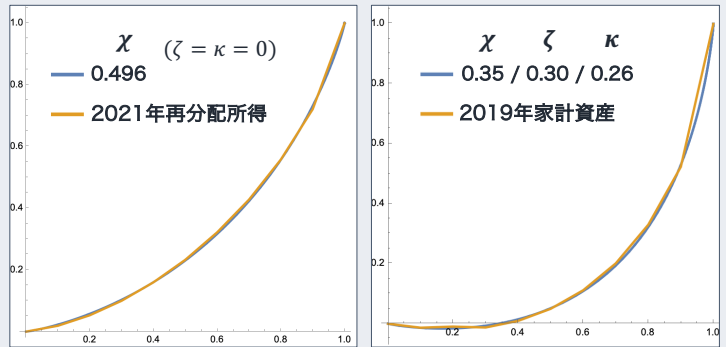
モデルの定常なFokker-Plank方程式の解析解を近似計算し、Mathematicaの数値計算で富の分布 $P(w)$ を求め、ローレンツカーブに成形。ローレンツカーブとは格差を示す指標で横軸に累積人口、縦軸に累積富をとり、曲線が急峻になるほど格差が大きいことを示している。



富の再分配 χ が小さい→**経済格差が大きい**
富獲得 ζ が大→**富裕層多い** **負債 κ が大**→**貧困層多い**

日本の経済データと数理モデルのフィッティング

日本の経済データは1996年、2021年の再分配所得と2014年、2019年の家計資産のデータを使用する。家計資産とは貯蓄と住宅宅地資産から負債を除いた額である。モデルとデータのローレンツカーブのL2ノルム誤差が最小になるように、モデルのパラメータを決定する。

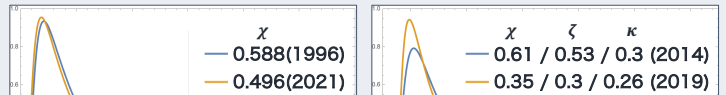


再分配所得・家計資産のデータは Affine Wealthモデルで**当てはめられる**

再分配所得データの**年次比較**

家計資産データの**年次比較**

	χ	誤差		χ	ζ	κ	誤差
1996	0.588	0.0189	2014	0.61	0.53	0.30	0.0201
2021	0.496	0.0149	2019	0.35	0.30	0.26	0.0164



表は各データをフィッティングしたパラメータの値とその誤差である。図はフィッティングしたパラメータの富の分布である。再分配所得は1996年より2021年の方が χ の値が約0.1小さいことから、2021年の方が格差が大きいとわかる。家計資産は2014年より2019年の方が富の分布が最大値を取る富 w の値が小さいことから貧困層が多いため、2019年の方が格差が大きいとわかる。

1996より**2021**が**格差大きい** 2014より**2019**が**格差大きい**

4. 結論

- Affine Wealthモデルは日本の経済データに当てはめることができる
- 再分配所得と家計資産における格差が拡大した