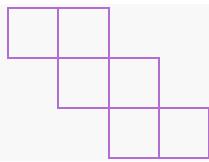


直方体と立方体が折れる展開図

明治大学 総合数理学部 現象数理学科 4年 池田研究室所属



1.背景

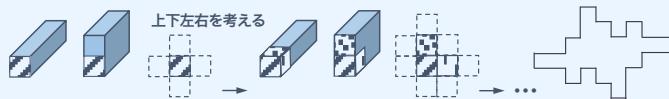
上原隆平『計算折り紙入門』近代科学社 (2018) より

先行研究：計算機による探索の結果、以下の3種類の方法で
2つの直方体を折れる共通の展開図がみつかった。

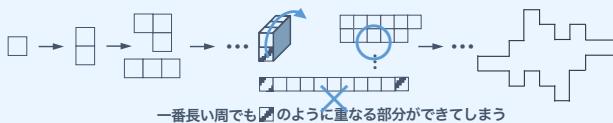
方法1… ランダムに展開図を生成して同じ形を探す



方法2… 各辺に接する単位正方形を増やしていく多角形が
2つの直方体上で重なりなく存在することを確かめる



方法3… 1つずつ増える単位正方形がひとつつながりになる多角形
から2つの直方体上で実現しない多角形を排除する



→膨大な計算量に時間と容量がかかる
→計算量を減らす工夫が必要！

2.目標

- △ 2つの直方体のうち1つを数理的特徴の多い立方体に制限する
- △ 回転対称性を利用して展開図の半分だけを考える

回転対称性を利用した新しい探索方法を用いて、
直方体と立方体に共通した展開図をみつける。

3.条件

展開図：各面が多角形である立体に対して、辺や面に切り込みを入れ
ひとつつながりで重なりなく平坦に開いた多角形。

辺展開図：特に、辺だけに切り込みを入れた展開図。

・単位正方形で構成される展開図

例. 立方体の展開図



・表面積が等しい直方体と立方体

直方体の3辺の長さを整数 a, b, c ($0 < a \leq b \leq c$) とすると、
展開図が同じ形になるとき、直方体の表面積が立方体の表面積と
等しくなるような整数の組 (a, b, c) が存在する。

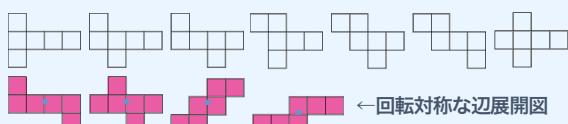
例. 1辺の長さが3の立方体と表面積が等しい直方体



・回転対称な展開図

回転対称：ある点・を中心 180° 回転させて元の形とぴったり重なること。

例. 立方体の辺展開図



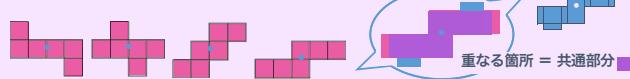
4.手作業による探索

直方体と立方体の展開図を1つずつ用意し、以下の手順
でそれらの形を近づけ、共通の展開図を求める。

例. 立方体 (3,3,3) と直方体 (1,3,6)

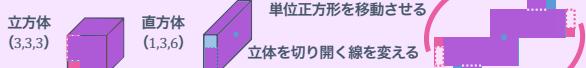
① 直方体と立方体の展開図を1つずつ選んで重ねる

立方体の回転対称な辺展開図に対し、直方体の回転対称な(辺)展開図を
回転対称の中心が一致するように重ねる。



② 移動可能な箇所から共通部分を探す

一方の展開図の移動可能な箇所が、もう一方の展開図の共通部分以外の箇所と重なれば、
移動させて共通部分ができる。

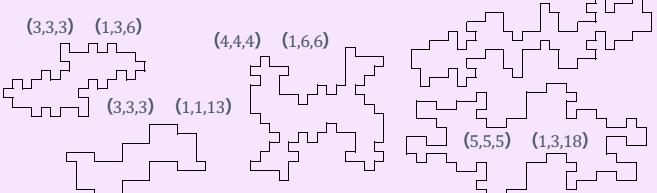


③ 単位正方形を交互に動かして共通部分を探す



④ 2つの展開図がぴったり重なるまで②と③を繰り返す

結果：以下の展開図をみつけることができた



5.Processingによる探索

手作業による探索②～④をProcessingで実装する

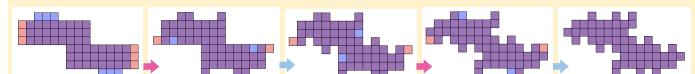
→ 単位正方形の隣接行列を求め、それを元に単位正方形を移動させることを繰り返す。

例. 立方体の展開図の隣接行列

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	50	51	52	53	54
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0	1	0	0	0
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

□は 展開図上で [□] と [□] に接する → [□] 立方体上の [□] と [□] と接する線で切る → [□]

結果：直方体(1,3,6)と立方体(3,3,3)に共通した展開図を
自動でみつけるプログラムを実装することができた



なお、1辺の長さが4以上の直方体と立方体に共通した展開図を
自動でみつけるためには以下のよう追加の操作が必要だ

▷ 最大3つある単位正方形の移動先をランダムに選ぶ

▷ 1つの単位正方形が重なるまで移動するパターンの組み合わせを選ぶ

6.結論

回転対称性を利用した新しい探索方法を用いて、
手作業とプログラムの双方から、直方体と立方体
に共通した展開図をみつけることができた。