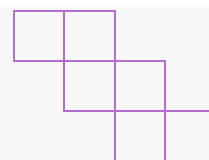


直方体と立方体が折れる展開図

明治大学 総合数理学部 現象数理学科 4年 池田研究室所属

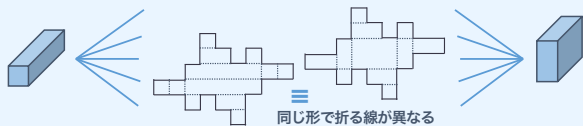


1.背景

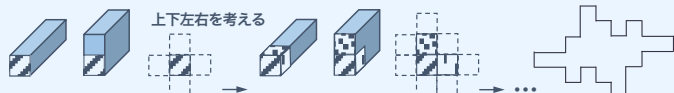
上原隆平『計算折り紙入門』近代科学社 (2018) より

先行研究：計算機による探索の結果、以下の3種類の方法で2つの直方体を折れる共通の展開図が見つかった。

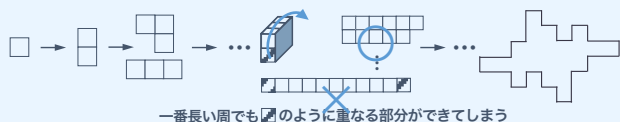
方法1… ランダムに展開図を生成して同じ形を探す



方法2… 各辺に接する単位正方形を増やしていった多角形が2つの直方体上で重なりなく存在することを確認する



方法3… 1つずつ増える単位正方形がひとつながりになる多角形から2つの直方体上で実現しない多角形を排除する



- 膨大な計算量に時間と容量がかかる
- 計算量を減らす工夫が必要！

2.目標

- ▷ 2つの直方体のうち1つを数理的特徴の多い立方体に制限する
- ▷ 回転対称性を利用することで展開図の半分だけを考える

回転対称性を利用した新しい探索方法を用いて、直方体と立方体に共通した展開図を見つける。

3.条件

展開図：各面が多角形である立体に対して、辺や面に切り込みを入れひとつながりで重なりなく平坦に開いた多角形。

辺展開図：特に、辺だけに切り込みを入れた展開図。

・単位正方形で構成される展開図

例. 立方体の展開図



・表面積が等しい直方体と立方体

直方体の3辺の長さを整数 a, b, c ($0 < a \leq b \leq c$) とすると、展開図が同じ形になるとき、直方体の表面積が立方体の表面積と等しくなるような整数の組 (a, b, c) が存在する。

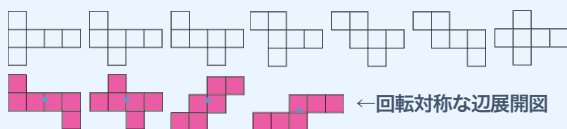
例. 1 辺の長さが3の立方体と表面積が等しい直方体



・回転対称な展開図

回転対称：ある点・を中心に180°回転させて元の形とぴったり重なること。

例. 立方体の辺展開図



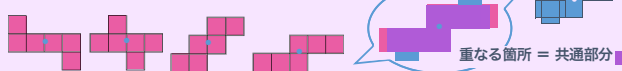
4.手作業による探索

直方体と立方体の展開図を1つずつ用意し、以下の手順でそれらの形を近づけ、共通の展開図を求める。

例. 立方体 (3,3,3) と直方体 (1,3,6)

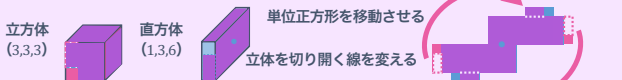
① 直方体と立方体の展開図を1つずつ選んで重ねる

立方体の回転対称な辺展開図に対し、直方体の回転対称な(辺)展開図を回転対称の中心・が一致するように重ねる。

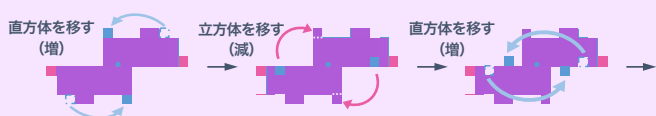


② 移動可能な箇所から共通部分を探す

一方の展開図の移動可能な箇所が、もう一方の展開図の共通部分以外の箇所と重なれば、移動させて共通部分とできる。

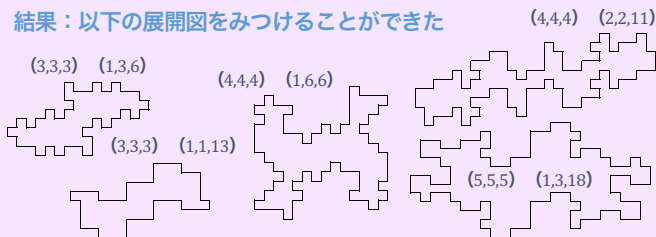


③ 単位正方形を交互に動かして共通部分を探す



④ 2つの展開図がぴったり重なるまで②と③を繰り返す

結果：以下の展開図をみつけることができた



5.Processingによる探索

手作業による探索②～④をProcessingで実装する

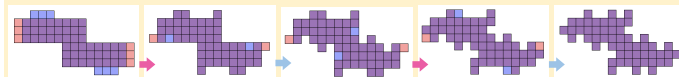
→ 単位正方形の隣接行列を求め、それを元に単位正方形を移動させることを繰り返す。

例. 立方体の展開図の隣接行列

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	50	51	52	53	54
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	2	0
2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
3	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
4	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
5	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

□は 展開図上で□と□に接する → □ 立方体上の□と□に接する線で切る → □

結果：直方体(1,3,6) と 立方体(3,3,3) に共通した展開図を自動でみつかるプログラムを実装することができた



なお、1 辺の長さが4以上の立方体と直方体に共通した展開図を自動でみつかるためには以下のような追加の操作が必要だ

- ▷ 最大3つある単位正方形の移動先をランダムに選ぶ
- ▷ 1つの単位正方形が重なるまで移動するパターンの組み合わせを選ぶ

6.結論

回転対称性を利用した新しい探索方法を用いて、手作業とプログラムの双方から、直方体と立方体に共通した展開図を見つけることができた。