

微分方程式・演習問題 No.6

2010年11月12日(金)

このプリントは, Oh-o! Meiji システム (URL: <http://oh-o.meiji.ac.jp>) のクラス・ウェブ内のページ **工学部1部 微分方程式 吉田尚彦兼任講師 (金) 1, 4時限目後期** からダウンロードできます (メニューバーの資料に置いてあります. ファイル名: ensyu6.pdf). 質問等は takahiko@math.meiji.ac.jp まで.

問題 14 次の微分方程式を解け.

$$(1) y' + 2xy = x \quad (2) y' = y + \sin x \quad (3) xy' + y = x \log x \quad (x > 0)$$

問題 15 (ロジスティック方程式) ある場所に住む生物の時刻 x での個体数を y とすると, その個体数の時間変化の割合は次の方程式に従う

$$y' = \epsilon y - \lambda y^2,$$

ここで $\epsilon, \lambda > 0$ は定数. (この方程式をロジスティック方程式, ϵ を増殖率, λ を減少率という.) この微分方程式を解け. (ヒント: $u = y^{-1}$ と変数変換.)

注 1 (ベルヌーイ方程式) n を整数, $p(x), q(x)$ を連続関数とするとき, 微分方程式

$$y' + p(x)y = q(x)y^n$$

を考える. この微分方程式は $n = 0$ ならば 1 階線型, $n = 1$ ならば変数分離形である. $n \neq 0, 1$ の場合, $u = y^{1-n}$ と変数変換すると, この方程式は u についての 1 階線型微分方程式に帰着する. この微分方程式を **ベルヌーイ方程式** という.