

幾何学特論C レポート課題

2018 年 6 月 26 日 (火)

このプリントは, Oh-o! Meiji システム (URL: <http://oh-o.meiji.ac.jp>) のクラス・ウェブ内のページ大学院 (博前) 理工学研究科 幾何学特論 C 吉田尚彦専任講師 春学期/火曜/3 限からもダウンロードできます (ファイル名: report.pdf). 質問等は takahiko@meiji.ac.jp まで.

以下の問題を全て解答し, A4 レポート用紙にまとめて 2018 年 7 月 27 日 (金) 16 時までに数学科資料室 (第二校舎 6 号館 6607 室) にあるレポート提出用ポストに提出すること. なお, 解答をレポートにまとめる際, 結論だけでなく途中の説明も記すこと.

問題 1 多様体 M 上のベクトル場 X が M の 1 パラメータ変換群 $\{\varphi_t\}_{t \in \mathbb{R}}$ によって定義されているとする. このとき, M 上の p 次微分形式 ω ($p > 0$) と p 個のベクトル場 $X_1, \dots, X_p$ について次の関係式を示せ. M の各点 x において

$$(\mathcal{L}_X \omega)_x ((X_1)_x, \dots, (X_p)_x) = \frac{d}{dt} \{(\varphi_t^* \omega)_x ((X_1)_x, \dots, (X_p)_x)\} |_{t=0}$$

問題 2 $M_n(\mathbb{R})$ を成分が実数の n 次正方行列全体の集合とする. 各 $A \in M_n(\mathbb{R})$ に行列式 $\det A$ を対応させる関数を $\det: M_n(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ で表す. このとき, $A \in M_n(\mathbb{R})$ における $\det$ の微分 $d\det_A: T_A M_n(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ が全射である為には (つまり, A が $\det$ の正則点である為には), A の余因子の中に 0 でないものがあることが必要十分であることを示せ.

問題 3 $GL_n(\mathbb{C})$ は連結であることを示せ.