

幾何学3演習 No.8

2017 年 6 月 27 日 (火)

このプリントは, Oh-o! Meiji システム (URL: <http://oh-2.meiji.ac.jp>) のクラス・ウェブ内のページ理工学部 幾何学 3 吉田尚彦専任講師 (火) 3 時限目春学期からもダウンロードできます. 質問等は takahiko@meiji.ac.jp まで.

年 組 番 氏名

問題 12 群 G の集合 X への作用 $\Phi: X \times G \rightarrow X$ が与えられたとする. X の点 x に対して, G_x を

$$G_x := \{g \in G \mid \Phi(x, g) = x\}$$

と定める. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) G_x は G の部分群であることを示せ. G_x を x の固定部分群という.
- (2) G の 2 つの元 g_1 と g_2 が $g_2 g_1^{-1} \in G_x$ を満たすとき, g_1 と g_2 は G_x を法として合同であるといい, $g_1 \equiv g_2 \pmod{G_x}$ と表す. このとき, G の関係 $\equiv$ が同値関係であることを示せ. この同値関係による商集合 $G/\equiv$ を G/G_x とかく.
- (3) G/G_x から x を含む軌道 $\mathcal{O}_x$ への写像 $f_x: G/G_x \rightarrow \mathcal{O}_x$ を $f_x([g]) := \Phi(x, g)$ と定める. このとき, f_x は *well-defined* で全単射であることを示せ.