

幾何学3 レポート課題

2016年6月6日(月)

このプリントは, Oh-o! Meiji システム (URL: <http://oh-o.meiji.ac.jp>) のクラス・ウェブ内のページ理工学部 幾何学3 吉田尚彦専任講師 春学期 / 月曜 / 5 限からもダウンロードできます (ファイル名: report2016.pdf) . 質問等は takahiko@meiji.ac.jp まで .

以下の問題を解答し, A4 レポート用紙にまとめて 2016 年 7 月 22 日 (金) 16 時まで に数学科資料室 (第二校舎 6 号館 6607 室) にあるレポート提出用ポストに提出すること . なお, 解答をレポートにまとめる際, 結論だけでなく途中の説明も記すこと .

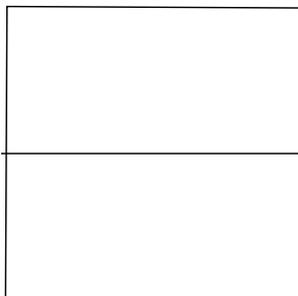
問題 1 (1) X, Y を弧状連結な位相空間とする . $x_0 \in X, y_0 \in Y$ をそれぞれ X, Y の基点とするとき, $X \times Y$ の基本群 $\pi_1(X \times Y, (x_0, y_0))$ は X の基本群と Y の基本群の直積 $\pi_1(X, x_0) \times \pi_1(Y, y_0)$ と同型であることを示せ .

(2) n 次元トーラス $T^n := (S^1)^n$ (S^1 の n 個の積, ここで, n は正の整数) の基本群を求めよ .

問題 2 (1) n 次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^n (ただし $n \geq 1$ とする) の任意の点 $p \in \mathbb{R}^n$ に対して, $\mathbb{R}^n \setminus \{p\}$ が $n-1$ 次元球面 S^{n-1} とホモトピー同値であることを示せ . ここで, $\mathbb{R}^n \setminus \{p\}$ には \mathbb{R}^n の部分集合として誘導位相を考える .

(2) \mathbb{R}^2 と \mathbb{R}^3 は同相 (位相同型) ではないことを示せ .

問題 3 下の図のような“日の字形”をした図形の基本群をファンカンペンの定理を使って求めよ .



問題 4 位相空間 $X := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\} \cup \{(0, 0, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -1 \leq z \leq 1\}$ の基本群を求めよ . ここで, X にはユークリッド空間 \mathbb{R}^3 の部分集合として誘導位相を考える .