

幾何学 3 レポート課題

2015 年 4 月 27 日 (月)

このプリントは, Oh-o! Meiji システム (URL: <http://oh-o2.meiji.ac.jp>) のクラス・ウェブ内のページ理工学部 幾何学 3 吉田尚彦専任講師 春学期 / 月曜 / 5 限からもダウンロードできます (ファイル名: report20150427.pdf). 質問等は takahiko@meiji.ac.jp まで .

以下の問題を解答し, A4 レポート用紙にまとめて 2015 年 5 月 29 日 (金) 16 時までに数学科資料室 (第二校舎 6 号館 6607 室) にあるレポート提出用ポストに提出すること . なお, 解答をレポートにまとめる際, 結論だけでなく途中の説明も記すこと .

問題 1 G を群, H を G の部分群とする . G の 2 つの元 g_1 と g_2 が $g_1^{-1}g_2 \in H$ を満たすとき, g_1 と g_2 は H を法として合同であるといい, $g_1 \equiv g_2 \pmod{H}$ と表す . このとき, G の関係 $\equiv$ が同値関係であることを示せ (この同値関係による商集合 $G/\equiv$ を G/H とかく .)

問題 2 群 G の集合 X への作用 $\Phi: G \times X \rightarrow X$ が与えられたとする . X の点 x に対して, G の部分群 G_x を

$$G_x := \{g \in G \mid \Phi(g, x) = x\}$$

と定める . G_x を x の固定部分群という . また, G/G_x から x を含む軌道 $\mathcal{O}_x$ への写像 $f_x: G/G_x \rightarrow \mathcal{O}_x$ を $f_x([g]) := \Phi(g, x)$ と定める . このとき, f_x は全単射であることを示せ .

問題 3 $SO(3)/SO(2)$ が S^2 と集合として同一視できることを示せ .