

幾何学3 レポート課題

2014年4月28日(月)

このプリントは、Oh-o! Meiji システム (URL: <http://oh-o.meiji.ac.jp>) のクラス・ウェブ内のページ **理工学部 幾何学3 吉田尚彦専任講師 春学期/月曜/5限** からダウンロードできます (ファイル名: report.pdf) . 質問等は takahiko@meiji.ac.jp まで.

以下の問題を解答し、A4レポート用紙にまとめて**2014年5月30日(金) 16時**までに**数学科資料室(第二校舎6号館6607室)**にあるレポート提出用ポストに提出すること. なお、解答をレポートにまとめる際、結論だけでなく途中の説明も記すこと.

問題 1 G を群, H を G の部分群とする. G の2つの元 g_1 と g_2 が $g_1^{-1}g_2 \in H$ を満たすとき, g_1 と g_2 は H を法として合同であるといい, $g_1 \equiv g_2 \pmod{H}$ と表す. このとき, G の関係 \equiv が同値関係であることを示せ. (この同値関係による商集合 G/\equiv を G/H とかく.)

問題 2 群 G の集合 X への作用 $\Phi: G \times X \rightarrow X$ が与えられたとする. X の各点 x に対して, G の部分群 G_x を

$$G_x := \{g \in G \mid \Phi(g, x) = x\}$$

と定める. G_x を x の固定部分群という. また, G/G_x から x を含む軌道 \mathcal{O}_x への写像 $f_x: G/G_x \rightarrow \mathcal{O}_x$ を $f_x([g]) := \Phi(g, x)$ と定める. このとき, f_x は全単射であることを示せ.

問題 3 $SO(3)/SO(2)$ が S^2 と集合として同一視できることを示せ.