

曲線曲面論小テスト No.3

2013年11月18日 (月)

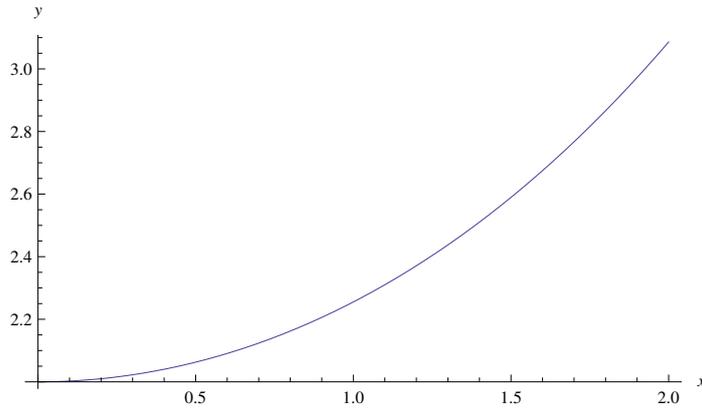
このプリントは, Oh-o! Meiji システム (URL: <http://oh-o.meiji.ac.jp>) のクラス・ウェブ内のページ **理工学部 曲線曲面論 吉田尚彦専任講師 (月) 4 時限目後期**からもダウンロードできます. 質問等は takahiko@meiji.ac.jp まで.

年 組 番 氏名

問題 3 $a > 0$ を正の定数とする. パラメータ表示

$$\gamma(t) = (x(t), y(t)) := \left(t, a \cosh \frac{t}{a} \right) \quad 0 \leq t \leq a$$

で表される曲線について次の問に答えよ.



- (1) $\left\| \frac{d\gamma}{dt}(t) \right\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}(t) \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}(t) \right)^2}$ を求めよ.
- (2) $s = s(t) := \int_0^t \left\| \frac{d\gamma}{du}(u) \right\| du$ を計算せよ.
- (3) この曲線の弧長パラメータ表示 $\gamma(s) := \gamma(t(s))$ を求めよ.
- (4) 曲率 $\kappa(s)$ を求めよ.

ただし, 必要ならば次を使ってよい

$$\cosh x := \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \sinh x := \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad (\cosh x)^2 - (\sinh x)^2 = 1,$$
$$\frac{d}{dx}(\sinh^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}, \quad \frac{d}{dx}(\cosh^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad (x > 1).$$