

動く曲線の 数値計算

A5判・上製・344頁・定価(本体4,500円+税)
ISBN978-4-320-11380-0



内容趣旨

はじめに

はじめに

異なる二つの媒質や状態の境目をはっきりとさせたとき、その境目は、数学的には自前あるいは自面の集合として表現される。例えば、コップに水を入れて、そこに水を浮かべたとしよう。このとき、水の表面は空気と水の境目、水面は水と空気の間接であり、そして水中には氷と水の境目が見える。これらはいずれも境界面(interface)の例であり、特にはっきりとした界面(sharp interface)の場合、それは境界の集合として数学的に表現される。

本書の目的は、その始まりとともに世界評言内面の境界線として定式化された、その境界線と時間とともに変化する場合には、その変形過程を追跡・数値計算法を紹介することにある。著書「野現現象と意識の模倣分」(共立出版、2016)においては、変形過程を記述するメタ方程式の導出・その由来の性質を文中に解説した。本書では前掲書第5章「数値計算法とその応用」をクローズアップして、その背景から詳細に紹介することを主眼としている。その意味で日次の上には前掲書の模倣といえるが、前掲書の趣旨の流れることを考慮し、その模倣としては由南の運動や空間的現象の運動となるべきであろう。したがって、本書の位置づけは「模倣とはなにか」

界面現象を題材に取り上げた、数値計算を応用するための書

はじめに

に数値計算すればよいのか

さまざまな数値計算法を紹介するが、その目的は次の

あるいは数値的に求めた近似解の様子や挙動を、得られた数値を用いて可視化すること。

所を求めることは本来的には改善の策であるが、真の
てはほとんどこの場合において最適ではないとい
えたいであろう。少なくとも、真の解を求められ
たと仮定してもこれは間違いない。また、数値計算に
よる二つの関数は一日あたりに分類された大数の
データに対してはたいてい、現代的には多様な方法でそ
れを「書き出す」ことができる。表計算ソフト（エクセル）
などともどもに数値計算とテキスト言語でコンピュ
ーを実行してデータを *graphed* で可視化したも
のをそのソフトウェアの記述ファイルにあるが、基本的
な可視化についての体系的な記述法について漁人はい
ろんなソフトウェアとその書籍ソフトについてはイン
タネットから手に入る方が多いこと、結構ソフトは
ユーザーの嗜好や経験次第（依存することもある）
第1部では、数値計算の基礎的な知識を復習す
るために EOC といいながら重要事項を紹介する。
次に EOQ の記述がないが、EOQ の本質的構造は
りにはならない。新しいものではない。しかし、また
り、数値計算に関する重要なチェック機能を実現す

本文内容

コンピュータ上の「数」

数値解を求めたり、データを可視化したりするには、コンピュータ上で「数」を扱わなければならない。コンピュータ上の「数」とはどのような「数」なのか。

0.1 コンピュータの得手不得手

コンピュータが無理なことや苦手なことは、無限が関わることである。例えば、無限小数と無限回の操作が必要となる実数や極限操作（微分、積分）などは、有限小数や有限回の操作で代替され、基本的に近似された数値を入力し、近似された数値が出力される。

一方、コンピュータが得意なことは、有限桁の数を有限演算することである。有理化しても10とか100とかではなく、巨大な数である。そして巨大いても果てしないわけではない。果てない、手前にある。ノートパソコンのC言語で読める昔懐かしい浮動小数点数(後述)の最大値は1.797693134862316 $\times 10^{308}$ であった。江戸時代に活躍した和算家・吉田良和の「塵劫記」で初めて登場したといわれる巨大数は10¹⁰⁰程度といわれているので、10³⁰⁸の方がよっぽど大数である。ただ、無量大数の名譽のため(?)にいておくと、整数数の最大値は2147483647であったので、これに比べると無量大数はやはり大数である。

コンピュータ上で、無理小数は有限小数で近似され、有限小数どうしの演算

第6章 コンピュータ上の「数」

桁数の有限小数で近似される。したがって、演算する
で、演算すればするほど真の数値との誤差が縮小して
演算回数が増える。普通であるから、下手なスキームを作ると
ことになる。しかし、誤差の発生をうまく制御すれば
もともとは正しくなる。ここにはならない。
どのような「数」を扱っているのか。

90回足すと10になるか

ソフトで0.1を100倍足してみる。図0.1のように、
 1.7で、以降A2〜A100まで、上から下に向かって順次
 において、100番目のセルA100には、 0.1×100 の
 値が10.0となっている。図0.1は、セルの書式設
 定が標準になっている。これには何も問題がないよ

セルの書式設定で、小数点以下 15 桁まで表示させ

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
22	41	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
23	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
24	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68
25	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
26	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
27	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
28	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
29	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73
30	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74
31	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
32	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
33	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
34	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
35	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
36	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
37	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81
38	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82
39	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83
40	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84

图 0.1 小数点以下 1 桁で表す

<https://www.kyoritsu-pub.co.jp/>
 <https://www.facebook.com/kyoritsu.pub>

CONTENTS

第0章 コンピュータ上の「数」

- 0.1 コンピュータの得手不得手
- 0.2 浮動小数点数
- 0.3 2進法
- 0.4 IEEE754規格
- 0.5 浮動小数点数の計算
- 0.6 山中マジック
- 0.7 結局, いいたいこと

第I部 数値計算の解法

第1章 常微分方程式の数値計算

- 1.1 離散変数法
- 1.2 オイラー法の収束
- 1.3 オイラー法の改良
- 1.4 打ち切り誤差と丸め誤差
- 1.5 EOC
- 1.6 カオス登場
- 1.7 単振り子の運動方程式
- 1.8 「気の利いた」オイラー法
- 1.9 シンプレクティック・オイラー法
- 1.10 エネルギーが保存するような離散化
- 1.11 オイラーによるオイラー法

第2章 数値積分

- 2.1 区分求積法と数値積分
- 2.2 左端点則と右端点則
- 2.3 中点則と台形則
- 2.4 シンプソン則
- 2.5 「気の利いた」変形

第3章 非線形方程式の数値解法

- 3.1 ニュートン法
- 3.2 縮小写像の原理
- 3.3 ニュートン法の収束
- 3.4 ニュートンによるニュートン法
- 3.5 2分法
- 3.6 2分法の収束, および収束性の一般論

第II部 偏微分方程式の差分解法

第4章 1階線形偏微分方程式の差分解法

- 4.1 移流方程式
- 4.2 偏微分方程式の差分解法
- 4.3 移流方程式の全離散化
- 4.4 前進差分スキーム(4.9)の不安定性

- 4.5 風上差分スキーム(4.10)の安定性, 適合性, 収束性
- 4.6 中心差分スキーム(4.11)とフォン・ノイマンの安定性

第5章 2階線形偏微分方程式の差分解法

- 5.1 熱方程式の導出
- 5.2 差分の記号
- 5.3 熱方程式の初期値境界値問題(5.3)の離散化
- 5.4 エネルギー不等式と「気の利いた」半陰の離散化
- 5.5 保存量をもつ勾配流方程式
- 5.6 半離散版の面積保存曲線短縮方程式
- 5.7 拡散の遷移確率とCFL条件(4.14), 安定条件(5.14)

第III部 動く曲線の数値計算

第6章 動く曲線の問題

- 6.1 時間変化する平面曲線とその表現
- 6.2 さまざまな量の時間発展方程式
- 6.3 さまざまな法線速度
- 6.4 動く開曲線の問題
- 6.5 開曲線版古典的面積保存曲率流方程式とディッドの問題

第7章 動く折れ線上の「曲率」と「法線」

- 7.1 時間変化する平面折れ線とその表現
- 7.2 頂点や辺上の「曲率」と頂点における「法線」方向の変遷
- 7.3 「曲率」 κ_i , K_i , $\hat{\kappa}_i$ は曲率の近似か

第8章 動く折れ線の問題

- 8.1 準備
- 8.2 さまざまな法線速度 $\{v_i\}$
- 8.3 接線速度 $\{W_i\}$ の決定: 漸近的一様配置法と曲率調整型配置
- 8.4 アルゴリズム(線の方法)
- 8.5 数値スキームの実例: 蔵本-シバシンスキー方程式

第9章 間接法やグラフによる表現

- 9.1 レベルセットの方法: 等高線による動く曲線の表現
- 9.2 グラフによる動く曲線の表現
- 9.3 蔵本-シバシンスキー方程式のスケール変換
- 9.4 特異極限法: アレン-カーン方程式による動く曲線の表現

第10章 基本解近似解法(MFS)

- 10.1 MFSとは
- 10.2 MFSのアイディア
- 10.3 不変スキーム
- 10.4 MFSの数値計算例: ヘレ・ショウ問題
- 10.5 隙間 b が時間に依存する $b=b(t)$ の場合の数値計算例