

ブール木探索コストの極値問題

鈴木登志雄 *

2016年2月18日

NAND木、およびそれと等価なAND-OR木の探索は、人工知能・知識情報処理の古典的な話題であり、1970年代以来、長く研究されている (Knuth and Moore [2], Baudet [1]). 葉への真理値割り当てが隠されている状況において、根の値を知るまでに、探索した葉の枚数をコストとみなす。

これは、元々はゲーム木における評価関数の呼び出し回数になったコストの設定であるが、ブール関数を研究する立場からも自然で興味深い設定である。

たとえばいうと、アルゴリズムがゲームのプレイヤーであり、真理値割り当てを決める確率分布がカジノのオーナーである。1枚、葉を探索する (ブール変数の値を教えてください) たびにプレイヤーはカジノに1ドル払う。プレイヤーは、なるべく少ない支払いで根の値 (ブール式の値) を知りたい。カジノのオーナーは、なるべく多く支払わせたい。

このとき、フォンノイマンのミニマックス定理の一種が成り立ち (Yao [10]), ゲーム論的な均衡値・均衡点の概念が自然に導入される。

真理値割り当ての確率分布が独立同分布である場合 (Pearl [4, 5], Tarsi [9]), および確率分布に特段の制約がない場合 (Saks and Wigderson [6]) の均衡値・均衡点については1980年代に様々な知見が得られた。一方、独立同分布とは限らない独立分布については、まだ謎が残されている。

Liu and Tanaka (2007 [3]) に始まり、筆者のグループが2010年代前半に発展させたAND-OR木研究 ([7, 8]) について、概要と未解決問題を紹介する。

参考文献

- [1] G.M.Baudet, On the branching factor of the alpha-beta pruning algorithm, *Artif. Intell.*, 10 (1978) 173–199.
- [2] D.E.Knuth, R.W.Moore, An analysis of alpha-beta pruning, *Artif. Intell.*, 6 (1975) 293–326.
- [3] C.-G.Liu, K.Tanaka, Eigen-distribution on random assignments for game trees, *Inform. Process. Lett.*, 104 (2007) 73–77.

* 首都大学東京理工学研究科, Email: toshio-suzuki@tmu.ac.jp

- [4] J.Pearl, Asymptotic properties of minimax trees and game-searching procedures, *Artif. Intell.*, 14 (1980) 113–138.
- [5] J.Pearl, The solution for the branching factor of the alpha-beta pruning algorithm and its optimality, *Communications of the ACM*, 25 (1982) 559–564.
- [6] M.Saks, A.Wigderson, Probabilistic Boolean decision trees and the complexity of evaluating game trees, in: *Proc. 27th IEEE FOCS*, 1986, pp.29–38.
- [7] T.Suzuki, R.Nakamura, The eigen distribution of an AND-OR tree under directional algorithms, *IAENG Int. J. Appl. Math.*, 42 (2012) 122–128.
http://www.iaeng.org/IJAM/issues_v42/issue_2/index.html
- [8] T.Suzuki and Y.Niida, Equilibrium points of an AND-OR tree: Under Constraints on Probability, *Ann. Pure Appl. Logic* , 166 (2015), pp. 1150–1164 (2015).
- [9] M.Tarsi, Optimal search on some game trees, *J. ACM*, 30 (1983) 389–396.
- [10] A.C.-C.Yao, Probabilistic computations: towards a unified measure of complexity. in: *Proc. 18th IEEE FOCS*, 1977, pp.222–227.