

「ゼミナール A」議事録  
明治大学 2015 年度春学期 火 5 限

明治大学理工学部数学科 宮部賢志

2015 年 7 月 11 日

## 目次

1	第1回 自分の数学を作ろう (4月14日)	3
2	第2回 高校数学と大学数学の違い (4月21日)	4
3	第3回 面白いが出発点 (4月28日)	5
4	第4回 数学は積み立て式の学問 (5月19日)	7
5	第5回 本の読む1(ノートを作る, 具体例を考える)(5月26日)	9
6	第6回 本を読む2(自分の言葉で理解する, 記号化)(6月2日)	10
7	第7回 やる気が出ないときは (6月9日)	11
8	第8回 本を読む3(似たものを探す, 一般化)(6月16日)	12
9	第9回 人に説明する1(6月23日)	14
10	第10回 人に説明する2(6月30日)	15
11	第11回 人に説明する3(7月7日)	16
12	第12回 最終レポート作成 (7月14日)	16
13	第13回 考え方を身につける (7月21日)	17
14	来年以降のためのアイデア	18

## 前書き

ゼミ A の今後の予定やこれまでの内容の議事録として参照してください。

## 休講情報

5月5日, 5月12日, 7月14日は休講です。

# 1 第1回 自分の数学を作ろう (4月14日)

## 1.1 ゼミとは何か

授業の種類として、講義、演習、実験、実習、実技などがある。講義は座学とも呼ばれ、教師が作ってきたノートを読み上げるという形で行われる。演習は問題を解くことを主眼に置いている。実験は物理や化学の実験を行う。数学ではコンピュータによるシミュレーションがこれにあたる。実習は実際の現場に出て学ぶこと。実技は体育などの実際に何かを行うこと。数学では口頭試問か。

これとは別にゼミと言われるものがある。ドイツ語でゼミナール、英語ではセミナー、どちらも同じ意味で使われる。ゼミと略す。宮部ゼミなどと、教員の名前をつけて呼ばれることが多い。講義が大人数であるのに対し、ゼミは少人数。主体的に相互啓発的に、互いに教科書を説明するなどして進めることが多い。

3グループに分かれて、基本的にグループごとで作業を行う。各グループにグループ長を決める。

Oh-o!Meiji, ウェブサイト, ML があるので、連絡はそれを通じて行う。

教科書は「論理と計算のしくみ」萩谷昌己・西崎真也(岩波書店)を使う。

毎回、感想、疑問、意見、反省を提出する。慣れてくると10分程度で書けるようになるはず。提出はグループごとに。

最後の方にお互いに発表する会を予定しています。一人20分程度。

また、ゼミAで学んだことをA4で5枚程度にまとめて、ミニ卒論を書いてもらいます。これもコンピュータで書いて、繰り返し推敲します。

このゼミAは数学の内容というよりも、数学を学ぶための準備を行うところ。毎回の出席(休む場合は事前に相談すること)、課題感想の提出、発表会への出席、最終レポートの提出などを総合的に判定して、成績評価をする。

## 1.2 自分の数学

数学は究極的には個人的な営みである。それは他人との議論が必要無いという意味ではない、それは大事。そうではなくて、先人の営みを自分の中で再構築させる必要があるということ。数学は文字ではなく、各個人の中にあるもの。必然的に数学は1人1人のものになる。もちろん共同作業でもあるので、そのような1人1人の数学がゆるく繋がっている。まずはこの自分の中に数学を構築するという感覚を身につけてほしい。

数学のマインドマップを書く。

お互いに質問し合う。

## 2 第2回 高校数学と大学数学の違い(4月21日)

### 2.1 ビジネスメールの書き方

- (1) 件名を入れる．内容が分かるようなものを短く．
- (2) 名前の表示に気をつける．
- (3) 1行目は宛先を．「ゼミ A の皆様」「宮部先生」など．「宮部先生様」はやりすぎ．
- (4) 「以上」は目上のものから目下のものに連絡をするときなどに使う．
- (5) 最後に署名を書く．アドレスごとに署名は変える．
- (6)  $+α$  の一言を．

### 2.2 高校数学と大学数学の違い

「高校数学の延長が大学数学である」というのは間違っていないけれど、数学科1年生の心構えとしてはたぶん正しくない．これに関して、宮崎萌恵さんの大阪教育大学での卒論「大学の数学を苦痛と捉える学生の実態把握と、その原因の探求～小・中学校数学専攻4回生を対象としたアンケート調査を通して～」が非常に良いまとめになっているので、この内容を紹介したい．

大阪教育大学の数学専攻の60%が、「高校までの数学は好きだけど、大学の数学は苦痛だ」(A)と答えている．残りの40%は、「大学に入って新たな数学の楽しさを知り、数学を好きだと感じるようになった」(B)と答えている．Aの人は、数学が得意、計算、暗記、Bの人は、数学が好き、論理、理解、高校数学と大学数学の違いは何か、数字が出てこず記号文字ばかり、具体的ではなく抽象的、計算ではなく理論．どんな先生になりたいかでは、ひらめきの楽しさ、論理的思考力、根気強く向き合う．

では高校までの数学に理解や論理、ひらめきなどは要らないか．実はそのようなことがまさに問われているということを理解してほしい．

### 2.3 数学を人に説明する

2015年度明治大学入試問題数学の問題 [III] の解答解説を作る．3つのグループで、(1)(2),(3)(a),(3)(b)の解答解説を作る．最初に解答を与える．

### 3 第3回 面白いが出発点 (4月28日)

#### 3.1 前回の感想から

「生徒がどこまで理解しているかを理解しなくてはいけない。」

「解説しようとするのが難しい。今まで使ってきた公式の証明を見直したい。」

「解説の詳しさは大学の方が詳しい。」

「何も知らない人に教えるというのは自分で本質までしっかり理解していないとできないことだと思った。」

「高校までの教科書の解説がどんな書き方になっていたのか、じっくり見たことがなかったなと感じた。」

「何をすれば良いか分からなかった」高校までの勉強は数学に限らず、ある程度パターンがあって、この場合にはこうすれば良いというのをいくつか覚えておいて、その通りに順番にやっていく、という方法で十分対応できたかもしれない。しかし、現実社会では、そもそも問題を提示されることはなく、自分で現象を観察して、曖昧な状況のある側面を切り取って定式化して、解けるかどうか分からない問題に対して、試行錯誤して答えを出す、ということをしなくてはならない。パターンの数が多すぎるだけでなく、答えまでのステップも長いし、そもそも自分が知っている知識だけでは足りないかもしれず、何が足りないかを見つけて、調べたり教えてもらったりして、解決しなければならない。こうなると、パターンを覚えるという方法では全く太刀打ちできなくなる。ここで必要なのは、問題解決の方法であり、私は「思考の型」と呼んでいる。自分が見たこともない、しかも要求されていることが曖昧な問題に対して、どのように対処すれば良いかというのは技術であり、学ぶことができる。ただこのゼミでは後半のある回にやることにしていて、入試問題の解説の部分でそれほど問題になるとは予想していなかった。今の時点ではあまり気にしないでほしい。

「感想の書き方」感想なのだから自由に書けば良い！のだけれども、良い感想にはやはり一定の型がある。まず、あらすじは書かない。授業のまとめを書くわけではないから、「aを学んだ。bを学んだ。cを学んだ。」というのは事実であって、感想ではない。事実を書いていけないわけではない。特に心に残った部分を書いた上で、そこについて自分がどう思ったかを書けば良い。「初めて学んだ」は事実であって感想ではない。「驚いた」は感想としては短すぎて、情報がない。驚いたのであれば、自分はなぜ驚いたのか、それまで何々と思っていたが違うと聞いて驚いたとか、異なると思っていたのに同じだと分かって驚いたとか、その理由をできる限り具体的に書く。特に自分の立場を自覚すると感想は書きやすくなる。例えば、将来先生になりたいという私からするとこう見える、数学のこういう部分が好きだった私からするとこう見える、こういうことを親から聞いてきたのでこう感じた、などなど。

感想を書くということは、自分を知ること。何も思い出せないなら、授業を聞いてなかったということ。何も感じないのなら、何も考えていないということ。何かを感じたのであれば、自分がそう感じた理由を考えることで、自分を知ることができる。自分を知ることができると、自分の得意なこと、苦手なこと、好きなこと、やりたいことが見えてくる。4年生になってから始めるのでは遅過ぎる。感想を書かせる授業は少ないが、日記を書くとか、ブログを書くとか、恋人に話すとか、文字にするまでいかなくとも授業を振り返って自分のものにするための方法として、どの授業でも是非やったら良いと思う。

ちなみに感想を書くという技術は社会に出てとても役に立つ。例えば、相手を褒めるときには、相手の話の感想を言うことになる。人に何かを勧めるときには、そのものの感想を言うことになる。こういうのができると見方を増やすことができ、生きやすくなる。

#### 3.2 面白いが出発点

“The Unreasonable Effectiveness of Mathematics”(R. W. Hamming) という論文が出たのは1980年のこと。直訳すれば「数学の不条理な効力」だが、ここでは「なぜ数学はこんなにも役に立つのか!!!」と訳したい。

数学が役に立たないと思うのは数学を知らないから。数学が役に立つことを理解するためには、数学を学ばなければならない。ここが難しいところ。学ぶ前には分からない。数学を学ぶと全く違った世界に出ることができる。それは数学を学ぶ前には想像すらできない。普通は「車があったら便利だなあ、車が欲しいなあ、免許が必要だ、教習所に通って勉強しよう」という順番。「車が欲しい」と思わないのに、勉強する気にはならない。だけど、数学はそうい

うもの。

ならばなぜ数学を学ぼうと思うのか。これまで数学を学んできて、そのような飛躍を体験してきたから。人間でも「なぜこの人がそういうことを言うか分からない、これをやってどうなるか分からない、けれどこの人の言うことに従ってきたら、いつも楽しいことがあった。だから僕はこの人の言うことに従う。」ということはある。その対象が人ではなく、数学という学問。そのような数学という学問に対する「素直なる尊敬」は、数学を学ぶ上で非常に重要な要素である。

### 3.3 数学科の教員について知る

大学 1,2 年生の数学は準備準備準備でなかなか面白いと思えないかもしれない。なので、細かい部分は置いておいて、教員の素直な言葉に触れてみよう。

後藤先生、坂本先生、私のウェブサイトを見ながら、分かる文章を探して、心に残った部分を抜粋してまとめてみよう。

## 4 第4回 数学は積み立て式の学問 (5月19日)

### 4.1 今日のメッセージ

「数学は積み立て式の学問である。バラバラの知識の集合体ではない。だから勉強する順番が大事。分からなくなったら、分かるところまで戻れ。」足し算を理解していない人は引き算は理解できない。もし割り算が分からなかったら、掛け算がきちんと理解できているかを確認する必要がある。

### 4.2 Prerequisite の概念を理解する

シラバスの「履修上の注意・準備学習の内容」のところに、「必ず基礎微分積分学1および2とそれらの演習を履修すること。」などの文章がある。このように「ある講義を履修するためには、その前にこの講義を履修しておく必要がある」という講義がある。これを英語で prerequisite と呼ぶ。

これはルールというよりも、学生に対する配慮と言った方が良く、足し算を勉強していない人に対して、引き算の授業を受けさせない、ということ。この講義の関係が分かると、講義によって重要度がぜんぜん違うことが分かる。何かあった時に、サボっても大きな問題にならない講義と、何が何でも出席しておかないとあとから本当に困ることになる講義がある。このメリハリをきちんとつけること。

重要度に応じて定まるのは習熟度。面白いかどうかで出席を決めてはいけない。勉強時間とは異なる。正確には成績とも異なる。「全然理解していないけれど、なぜかCで通った。」こういう科目が prerequisite に指定されている場合、その科目では苦労することが予想される。海外のシラバスを見ると、「この科目を成績B以上で取っていること」などと書かれていることもある。単位をくれる教員は優しい教員と学生は思うかもしれない。「全然理解していないのに単位をあげたら、次の講義で苦しむことになる。再履修させた方がこの学生のためになる」と単位を出さない教員の方がよっぽど優しいと思う。

同じことは大学の入試でも言える。大学の入試には、「大学の講義を理解するための準備ができているかを確認する」という意味合いがある。準備ができている人を入学させるのは、時間とお金の無駄遣いをさせることになる。実際、高校までの数学で習ったはずのことは、大学の数学では簡単に触れるだけになる。もしその部分に自信がなければ、講義で出てきた後、きちんと復習しておく必要がある。

prerequisite が第1回の講義までに理解しておくべき講義であるとすれば、第2回の講義の prerequisite は、第1回の講義である。同様に第3回の講義の prerequisite は、第1,2回の講義である。この意味で毎回の講義は次の講義までにきちんと復習し理解しておく必要がある。それが毎回の講義の最大限の効果を上げるための方法である。

1年生の時間割を組むときには、2年生の時間割をある程度思い描く必要があり、2年生の時間割のためには、3年生の時間割を想像する必要がある。結局、4年間の時間割について、大雑把な計画を持っておく必要がある。特に、どの科目がどの科目の prerequisite になっているか、prerequisite になっていなくても、どのように関係しているのか、という知識を持っておく必要がある。

数学科のカリキュラムを学び、4年間の時間割を作成する。また自分が学びたいこと、アルバイト、サークル、恋愛、運転免許、料理、海外旅行、英語、IT、政治、経済、歴史、などについても考えておく必要がある。

実際に行ってみれば、1年前期の微分積分と線形代数が如何に重要かが分かる。だからといって、この科目に時間を取るために、あまり授業を入れないというわけにもいかない。120+の卒業単位のためには、1年生で60、2年生で40、3年生で20、4年生で残り、くらいは最低でもとっておきたい。難易度が全然違うので、予習復習に時間がかかる。

### 4.3 単位とは

単位について。1単位とは45時間の学習を必要とする内容。「高度に専門的な教育研究を目的とする大学の講義を学修するには、15実時間（もしくは11.25実時間）の講義に対して30実時間（もしくは33.75実時間）の予習・復習・課題などの自主学習が必要である。」(Wikipedia:学年制と単位制) 週90分の講義を（なぜか）2時間と数え、予習

復習課題などの自主学習を 4 時間していると考える。週 6 時間を 15 週で 90 時間、すなわち 2 単位が与えられる。

週に 20 コマも入れれば、週に 120 時間、1 日平均で 17 時間勉強しなければならないことになる。土日なく、バイトもできず、寝る時間もなくなってしまう！なのでこれは建前ではある。しかし本当に長い時間の予習復習が必要な科目もある。第 2 外国語と専門科目。1,2 年生のうちはそれほど多くないが、3,4 年生になると専門科目だらけになる。その時に 20 コマも入れることはできない。消化不良になるから。3,4 年生では、数コマが限度。空き空きの時間割でも、予習復習で時間が足りない。なので、1,2 年生のうちにちゃんと単位をとっておくこと。

1 単位は 45 時間の学習を必要とする内容を履修した者に与えられる。45 時間の学習をした者ではない。100 時間の講義を携帯を見ながら聞いていても、内容を理解していなければ単位は与えられない。講義に 1 度も出なかったとしても、その内容を理解すれば単位は与えられる。(あくまでも原則。最終的な責任は担当教員にある。) 単位は努力賞ではない。

勉強すると言うと、授業に出ることで、賢い人は 9 割理解し、平均的には 6 割理解する。6 割理解していれば、テストで部分点が取れるし、特に問題は起こらない。こういう考え方はもうやめましょう。学習の管理をするのは、先生ではなく自分である。自分はどのような建物を組み立てるのか。自分は今どこまで理解していて、今学んでいるのは基礎なのか、柱なのか、装飾なのか。これからどれくらい先があるのか。こういうことを常に意識する。

成績の SABCDF は能力によるのではなく、習熟度による。あまり賢くないので足し算の理解は 6 割くらいで良い、というわけにはいかない。基礎の部分は完全に理解する必要がある。自分の勉強したい事柄によって、それぞれの科目がどれくらいの習熟度が必要なのかは異なる。予習復習が要らない科目、1 時間くらい必要な科目、5 時間くらい必要な科目、それぞれメリハリをつけることができるようになる。今回の範囲は復習必要ないとか、今回の範囲はちゃんと復習しておいたほうが良いとか、そういう判断ができるようになる。

## 5 第5回 本の読む1(ノートを作る, 具体例を考える)(5月26日)

実際に数学を学ぶ方法を見ていこう。

これから話すことは、「こうやりなさい」という命令, ではない。「数学を学ぶときにはこうしなければならない」という私の方法の押し付けでもない。「大学の数学を学ぶときには, こういうやり方が効率が良いよ」という提案である。「これまでそういうことはしたことがない」という人もいるかもしれないが, 目的が異なれば手段は当然異なる。「そこまではめんどくさい」という人もいるだろうが, 数学を分かるようになるための正しい方法を身につけておかないと, 何時間勉強しても分かるようにはならず, そちらの方がよほど大変である。繰り返しになるが, 「最短時間で目標地点に到達するにはどうしたらよいか」という方法を考える。

### 5.1 目的を確認する

その本が教科書に指定されているのか, 参考書に指定されているのか, 予習として読むのか, 復習として読むのか, そのような目的によって, どこをどのくらい読むのかは変わってくる。

特に数学においては1文1文丁寧に読む精読が基本にあるので, まずこれができるようになって欲しい。

### 5.2 ノートを作る

1つの講義を受けるとしよう。その講義の prerequisite は何か, その講義では何を学ぶのか, どの講義の prerequisite に指定されていてどのような応用があるのか, これらのことを調べる必要がある。大抵の場合, 教科書が指定されるので, amazon などで概要を読んだり, 書評を読んだりして情報を集める。最初にやることは「自分は何を学ぶのか, それは他の講義とどのような関係にあるのか」を理解することである。これらは時間割を作成する時点で行うことなので, 第1回の講義が始まる前までにやっておくべき「復習」である。たとえ必修の講義であったとしてもやる必要がある。

教科書を読みながら自分のノートを作る。教科書は万人に向けて書かれているので, 自分向けではない。自分のノートを作る必要がある。

抽象的な定義を具体的な例で理解する。

定義なのか定理なのかを意識する。定義であれば例を, 定理であれば証明を考える。

## 6 第6回 本を読む2(自分の言葉で理解する, 記号化)(6月2日)

今日は30分講義を行って, その後30分時間を取るので講義の内容をノートにまとめて欲しい. ノートを取れないので覚えなければならないが, 理解できていないと全く何も書けない. 最初から順に記憶しようと思っても, 途中で頭がパンクする. 全体がいくつに分けれ, それぞれの場所では何を言われているのか, 講義の構造を理解し, それぞれの内容の中身を自分の中でまとめることができないと, 後で再現することはできない.

概念を理解する時には, 定義を手で書いたり, 例を探したりするのが良い. 概念の習熟度を上げ, 自由自在に使いこなせるためには, 自分の中に整理した形でなければならない.

本を読む時には, 1節読み終わるたびに, この節は何を言いたかったのだろうか, 自分の言葉でまとめる. 1章読み終わるたびに, この章は何を言いたかったのだろうか, 自分の言葉でまとめる. 私の場合は本を一度伏せて, その節を思い起こして, 結局何が言いたかったのか, そのことは一体何を意味するのか, 自分にどう関係するのか, 考えるようにしている. これは数学の本だけでなく, 自己啓発本とか, ニュースとかを読む時も同じ.

数学に特有なこともあるので, 今回はそちらに焦点を当てる. 数学に特有なのは, 定義と定理.

まず定義が出てきたら, その概念がどういうものであるかを, 自分の言葉に直す. 「微分する」=「接線の傾きを求める」, 「積分する」=「面積を求める」, 「単射」=「同じところへ行かない」など. こういうことは本に書きにくい. 不正確だから. 数学者は不正確なことを嫌う. 絶対に間違いないように正確に理解できるように数学の記号が発達してきたのだから, それらの記号を使って正確に伝わるように心がける. しかし, 記号は人間には理解しがたい. 自分の言葉に直さないと使えない. 丁寧な本は, 正確な定義を書いた上で, このようなイメージも書いてくれるが, そういうことをしてくれない本もある. 授業でこういうイメージを教えてくれるのは良い先生である. 慣れるまでは意識的に言葉にするように心がけてほしい.

次に定理. 定理は証明をつけた主張である. だからまず何を言っているのかを, やはり自分の言葉に直してみるのが良い. 要するにどういうことを言っているのか. 定理の中には「そりゃあそうだろう」というのもあれば, 「え, 本当にそうなの? 信じられない. どうして?」というのものもある. こういう自分の中の驚きや感覚を大事にしてほしい. 定理を理解する上で役に立つから.

証明は長いことも多い. 証明とは「どうしてその定理が成り立つのか」を説明したものである. 「要するにこうだからだ」と一言でまとめられるのが望ましい. その証明において, 何がポイントかを理解するように努める. ポイントさえ押さえておけば, 後で何も見なくても再現できる.

最後に, まとめを書くのは短さも重要である. 日本語だと読まなければならない. 記号で短く書くと, ポイントが鮮明になることがある.

以上を命題論理のコンパクト性の証明を例に具体的に見ていこう.

各グループごとに2週間後までにノートにまとめて来る. テーマは

- (1) p.13, 問題 1.2, 1.3, p81, 問題 2.3, 2.8
- (2) p.33, 2.1.(g) シーケント計算
- (3) p.43, 2.2. 一階述語論理 (a)(b)(c)

## 7 第7回 やる気が出ないときは(6月9日)

図書室集合

### 7.1 気晴らし

図書室，院生室，教員部屋を見て回る

### 7.2 やる気が出ない原因を探る

やる気が出ないのは分からないから．分からないからやる気が出ない．「やる気がないから分からない」のではない．やる気が出なくなるとやる気を出そうとするが，それは無理．やる気を出すよりも分かるようになる方が先．「あいつはやる気がないから分かんのだ」と他の人に対して思うのも間違い．それは逆．勉強が分からなくなる3つの理由．ロンハバードの『勉強の技術』による．

- (1) 誤解語
- (2) 段階の飛越
- (3) マスがない

分からなくなった時に分かるようにするためには，やる気を出すのでもなく，勉強時間を長くするのでもなく，頭を良くしなければならない，のでもない．勉強の技術を理解して，病気の治療をするように，1つ1つ可能性をつぶしていく．これは身に付けることができる技術である．

やる気が出ないのは，悪いのは，誰のせい？学生は教員が悪いと思う．教員は学生が悪いと思う．会社は大学が悪いといい，親は勉強しなくても良いという．

- (1) 教員側の理由（理解していない，技術がない，やる気がない）
- (2) 学生側の理由（準備不足，難易度設定）
- (3) 情報共有不足（良いの基準が違う，目的が違う）
- (4) 大学のシステム

何が問題か？

- (1) 体調要因（睡眠不足，空腹，疲労，病気）
- (2) 時間要因（遊びたい，SNSが気になる，見たいTVがある）
- (3) 環境要因（うるさい，気を逸らすものがある，姿勢が悪い）
- (4) 計画要因（目的がわからない，計画がない，覚悟がない，失敗への不安，難易度設定の問題）

## 8 第8回 本を読む3(似たものを探す, 一般化)(6月16日)

普段考えていることで4つの立場に分けてみよう。

- (1) 人を幸せにする
- (2) 成果を上げる
- (3) ノルマを達成する
- (4) 楽しむ

「どうしたら楽しくなるか」を考えている人はお客さんと言われる。店員が「これはいかがですか？これは面白いですよ」と勧めるので、気分が良くなってお金を出す。店員が頭を下げるのはお金に対してであって、自分に対してではないのに、自分は偉くてなんでもやってもらえて当たり前だと思っている。この状態は長く続かない。お金が出せなくなったり、店員に対して感謝の気持ちを持たず文句を言うようになる。自分のことしか考えられず、「子供」と表現されることもある。この人の口癖は「腹がたつ」である。

生きていく時にはなんらかの社会的責任を追う。最も大きいのは働いて稼がなければならない、その意味で社会人とならなければならない。よく「大人になる」とも言われる。社会人にはノルマがあるので、「どうすればノルマを果たせるか」を考える。大人と子供の違いは責任感である。「言われたことをきちんとやることができる」これが社会人の最低条件。受験勉強のように「頑張ったけど60点だった」では許されない。頑張ったかどうかに関わらず一定水準をクリアする必要がある。よく「社会の歯車になりたくない」と言ったりするが、多く人は社会の歯車にすらなれない。マニュアルを読んで理解してそれを実行する、ということは意外に難しい。この人の口癖は「時間がない」である。

目の前のことしか考えていないと時間に追われる。自分に何が求められているかを理解し、メリハリをつけて人よりも大きな成果を上げる。将来忙しくなった時のために、余裕をもって仕事をこなす。自分や家族が病気になった時に休めるように、普段から信頼を得ておく。未来の楽しみのために今苦勞ができる人である。しかし、得てして他人よりも上だと思いたがる。他人の苦しみに無頓着であったりする。この人の口癖は「認められない」である。

自分の成果ではなく、組織の成果に注力する。自分がいる組織の中で自分はどう動くか組織の成果が最大になるかを考える。そのためにはよく他人とコミュニケーションをとる。自分の長所短所、他人の長所短所を理解し、それらを最大限に利用する。この人は隣人をライバルとは思わず、仲間であると見る。企業が言う「コミュニケーション能力」とは、この組織の成果を考えて、他人と協調できることを言う。友達が多いことではない。

大学生はお客様である。お金を払ってサービスを受けている。その意味では、サービスを提供する側の立場としては、「私たちを選んでくださり有難うございます。どんな不満もお申し付けください。お金を払ってくださる限り、その対価のサービスは提供いたします。」という立場である。しかし、そのサービスの内容は教育である。その教育の内容は「客の考え方」しかできない人間に対し、このような考え方を教え、すぐに働くことができるようにすることである。

数学科では数学を学ぶという活動を通して、このような考え方をできるようになって欲しいと思っている。実際にこれまで何を学んできたか振り返ってみよう。

- (1) 第1回ではマインドマップを通して、数学の理解は人それぞれであることを話した。自己の客観視が社会人になるための第一歩である。
- (2) 第2回では入試問題の解説を通して、相手の立場に立ってサービスを提供することの難しさを話した。
- (3) 第3回では教員のウェブサイト調べた。一番身近な社会人である教員が、どのようなことを考えているのか、その一端を感じてもらいたかった。
- (4) 第4回では数学科のカリキュラムを調べた。「言われたことをやる」のではなく、先を見通して今自分に何が必要なのか戦略を練るといった体験をして欲しかった。
- (5) 第5回では数学の本の精読を行った。書かれていることを理解する、というのは簡単なことではない。マニュアルを実行するのも大変である。

- (6) 第 6 回では講義を聞いて理解することの難しさを感じてもらった。言われたことを自分の言葉でまとめて、自分のものにできないと、マニュアルを改定する立場にはなれない。
- (7) 第 7 回ではやる気が出ない時について議論した。自分と他人のモチベーションの管理も仕事のうちである。モチベーションを上げる最も手っ取り早い方法は、燃えている人に近づくことである。
- (8) 第 8 回の今回は「分からない」部分をどう解決するかということを実践する。
- (9) 第 9 回から第 11 回にかけては実際に人に説明する練習をする。
- (10) 第 12 回から第 13 回にかけては今まで学んだことを自分の言葉でまとめる。

今回はまとめを仕上げる。

次回までに原稿を書いてきて、次回に原稿を手直しする。

その次は 3 つに別れて発表会。

その次は合同での発表会。

その次までにこのゼミで学んだことをまとめる下書きを書いてくる。

最後にもう少し修正して、お互いに簡単な意見交換を行う。

## 9 第9回 人に説明する 1(6月23日)

明治大学数学科の学生はどんな職業についているのか。学部約 55 人の進路は以下のような感じ。

- (1) 15 人程度—大学院へ進学
- (2) 15 人程度—教員
- (3) 15 人程度—SE
- (4) 10 人程度—銀行，会計，出版

大学院に進んだ人もその後この 3 つに別れる。大学数学を使った職業につく人はほとんどいない。それならば何のために大学で数学を学ぶのか。

前回は「大人になると視点が変わり，考え方が変わる」という話をした。今日は「大人になった時に必要になる力」について話したい。それは、「学校教育で何を学ぶべきか」ということであり，教員は「学校で何を教えるべきか」ということでもある。このことについて，文部科学省が何を言っているのかを見てみよう。

すべての生徒に共通に身につける資質能力について

- (1) 確かな学力—自分で課題を見つけ，自ら学び，主体的に判断行動し，問題解決する
- (2) 豊かな心—自らを律し，他人と協調し，他人を思いやる心，感動する心
- (3) 健やかな体—たくましく生きるための健康や体力

の 3 つを挙げ，これを「生きる力」と呼んでいる。

学力の 3 要素

- (1) 知識技能の習得
- (2) 課題解決のための思考力，判断力，表現力
- (3) 主体的に学習に取り組む意欲態度

「知識，認知スキル，社会的スキル，意欲」と分けられたり，「基礎力，思考力，実践力」と分けられたりもする。知識技能は評価がしやすいのに対し，それ以外のものは評価が難しい。

このうち問題解決のための思考力，判断力については，数学を学ぶ以上に優れた分野はないと思う。そのかわり，知識や社会的スキルがどうしてもおそろそかになりがちであることは，たぶん自覚しておいたほうが良いと思う。

では，どのようにして問題を解くか。これに関してはポリアの「いかにして問題をとくか」という本，これ以上にきれいにまとまっている本を知らない。

- (1) 問題を理解する
- (2) 計画を立てる
- (3) 計画を実行する
- (4) 振り返る

困った時に先生から「ーしてみたら？」と言われることがらのリストである。

基礎問題，標準問題は解けるけれど，応用問題となると何をしてもよいか分からないという人は，このタイプの知識や経験が足りていない。

## 10 第10回 人に説明する2(6月30日)

学力の要素の中には「表現力」が含まれている。分かりやすく話をするためには、

- (1) 自らが広く深く理解していること
- (2) 説明する技術を持っていること
- (3) 他人を思いやること

が必要である。

6604A,6604B,6605 を利用

自分を含めた全員の発表にコメントをつける。良かった点を2つ以上、悪かった点を1つ。また自分も含めて10点満点の1点刻みで点数をつける。ただし、同じ点数をつけてはいけない。

全員終わったら本人にコメントを渡す。各グループで合計点数の高い1人が来週の発表会で発表する。

11 第 11 回 人に説明する 3(7 月 7 日)

来週休講！

12 第 12 回 最終レポート作成 (7 月 14 日)

メールにてレポート案提出！

## 13 第13回 考え方を身につける (7月21日)

### 13.1 学び方と自信

今日はたとえ話から始める．ある人がお腹を空かせている．その人に魚を釣って与えるのと，魚の釣り方を教えるのと，どちらが親切であろうか．

お腹を空かせて死にそうで一歩も動けない人には，魚を釣って与えるしかない．しかし，そこまで切羽詰まっていなかったらどうだろうか．お腹を空かせている人からすれば，魚を釣って与えてもらったほうが楽で良い．そのほうが親切だと思えるかもしれない．ずっとそのように魚を釣ることができるのであれば，それも良いだろうが，そんなことはできない．魚の釣り方を教えると，その人は今後も魚を釣って食べることができるようになる．

教えるべきは知識ではなく，学び方であり，学び方が分かると，学びたいという意欲が出てくる．学習意欲が出てくるのは最後．「学士力」の中には「生涯学習力」として「卒業後も自律自立して学習できる」とある．世の中には身につけるべき能力は多すぎて，全部は身につけられない．かといって変化が激しい世の中では，何が必要になるかも分からない．身につけるべきは学習の仕方である．学習の仕方に自信がつけば，新しい分野に積極的に挑戦できるようになる．最近はやりの言葉では「アクティブラーニング」といい，「実社会や実生活の中で知識や技能を活用しながら，自ら課題を発見し，主体的協働的に探求し，成果等を表現する」

数学の知識が実社会において活用できるようになり，社会に貢献し，自分の位置付けを是非見つけて欲しい．

### 13.2 ゴールから考える

NHKのテレビ番組「テストの花道」から

問題 13.1. 900ml と 400ml で 600ml を作れ．

問題 13.2. 相加相乗平均の関係  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  を示せ．

### 13.3 特殊化と一般化

問題 13.3. コーシーシュワルツの不等式  $(\sum a_n^2)(\sum b_n^2) \geq (\sum a_n b_n)^2$  を示せ．

### 13.4 困難は分割せよ

問題 13.4.  $3x^2 - 11x + 10 = 0$

デカルトの方法序説に出てくる「困難は分割せよ」

最後にアインシュタインの言葉を紹介する．「教育とは，学校で習ったすべてのことを忘れてしまった後になお残るものをいう」

## 14 来年以降のためのアイデア

### メッセージ

- (1) 基礎知識
  - (a) 高校数学と大学数学の違い
  - (b) 教員について
  - (c) 単位について
  - (d) カリキュラムについて
  - (e) 就職について
  - (f) 大学で学ぶこと，数学科で学ぶこと
  - (g) 大人になる
- (2) 数学の本を読めるようになる
  - (a) 定義と定理を区別する
  - (b) 式と概念を行き来する
  - (c) 証明の論理を追う
- (3) 問題解決の方法を身につける
  - (a) 問題を理解する，定義に戻る
  - (b) 重要なことに着目する
  - (c) ゴールから考える
  - (d) 簡単な場合で考える
  - (e) 確実に実行する
- (4) プレゼンできるようになる
  - (a) 伝えたいことは何か
  - (b) 相手は何を知っているか
  - (c) 概念をどう理解するか
- (5) 一人で勉強できるようになる
  - (a) 優先順位をつける
  - (b) 時間とモチベーションの管理

### 体験

- (1) マインドマップを見せ合う
- (2) 「数学とは何か」のエッセイ，その反論
- (3) 入試問題を作って，解答，解説，ポイントを作る
- (4) 教員について調べる
- (5) カリキュラムを調べる
- (6) 教員について調べる
- (7) 図書館，院生室，教員部屋をみる
- (8) 人に教える
- (9) 一人で勉強する