

問題 1. 次の数列  $\{a_n\}$  に関する表現をできるだけ単純な論理式で表現しなさい.

- (1)  $a_n > 2$  となる  $n$  がある
- (2)  $\{a_n\}$  は上に有界である
- (3)  $a_n \leq 3$  となる  $n$  が無限個ある
- (4) 「 $a_n \leq 3$  となる  $n$  が無限個ある」は成り立たない
- (5)  $\lim_n a_n = \alpha$ , 数列  $\{a_n\}$  が  $\alpha$  に収束する
- (6)  $\lim_n a_n = \infty$ , 数列  $\{a_n\}$  が正の無限大に発散する
- (7)  $\{a_n\}$  はコーシー列である.
- (8)  $\alpha$  は  $\{a_n\}$  の上限である

問題 2.  $\lim_n a_n = \alpha > 0$  のとき,  $\lim_n \sqrt{a_n} = \sqrt{\alpha}$  であることを示せ.

問題 3. 数列  $\{a_n\}$  に対し  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$  とおく.  $S_n$  が収束するならば  $\lim_n a_n = 0$  を示せ.

問題 4. 空でない有界な集合には上限が存在することを使って, 有界な単調列は収束することを示せ.