

問題 1. シミュレーションを行う目的として考えられることをいくつか挙げよ。その目的に関して、計算機によるシミュレーションの利点を他の手法と比較して説明せよ。

問題 2. 良いモデルとはどんなモデルであるかを論ぜよ。

問題 3. 良い疑似乱数を持つべき性質をいくつか挙げよ。

問題 4. オイラー法とルンゲクッタ法の違いについて述べよ。

問題 5. 1次元拡散方程式 $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, ($0 \leq x \leq 1$, $0 \leq t \leq 1$) を数値計算で解く。 $u_j^n \sim u(j\Delta x, n\Delta t)$ として、左辺を前進差分、右辺を中心差分することで、

$$u_j^{n+1} = ru_{j-1}^n + (1 - 2r)u_j^n + u_{j+1}^n, \quad r = \frac{a^2 \Delta t}{(\Delta x)^2}$$

が得られる。

- (1) 上式は $u_j^n = g^n \exp(i\xi j \Delta x)$ という特解を持つことを示せ。この g を r と ξ の式で表せ。ここで、 g^n は g の n 乗を表し、 i は虚数単位であり、 ξ は任意の実数である。
- (2) 任意の ξ に対して $|g| \leq 1$ となるための r の条件を求めよ。