

問題 1. よく使われているプログラミング言語を 5 つ挙げよ .

問題 2. 以下の言葉の意味を簡単に説明せよ .

- (1) 浮動小数点表示
- (2) 論理値型
- (3) 型変換
- (4) スコープ
- (5) 再帰呼び出し

問題 3. 通常の計算機で $(2^{53} + 1)/2^{53}$ を計算させると 1 が返ってくる . 理由を説明しなさい .

問題 4. エラトステネスのふるいとは何を求めるアルゴリズムか . また , そのアルゴリズムを与えよ .

問題 5. 古代エジプトでは , $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ のように , 分数を単位分数 (分子が 1 の分数) の和で表す習慣があった . $0 < \frac{m}{n} < 1$ を満たす分数を単位分数の和で表すアルゴリズムとして , $\frac{m}{n}$ より小さな単位分数の中で最も大きなものを引く操作を繰り返す , という方法が知られている . 具体的なアルゴリズムを与えよ . また , このアルゴリズムが必ず停止することを証明せよ .

問題 1. 配点 4 点 × 5 つ .

問題 2. 配点 10 点 × 5 問 .

- (1) 実数を表示する手段の一つで仮数部と指数部などの説明がされていれば良い . 2 進数というのは本質ではないので , 加点しない .
- (2) 真偽を表す型であることが説明されていれば良い . 論理プログラミングとは異なる .
- (3) 型の変換について説明されていれば良い . 数値型 , 文字列型 , ベクトルなど限定されすぎている場合は減点 .
- (4) 変数が有効な範囲のこと . 使い方の説明だけがされている場合は減点 . 出来はよくない .
- (5) 関数から自分自身の関数を呼び出すこと . 再帰関数とは異なる . for, while と異なる .

問題 3. 配点 10 点 .

浮動小数点表示における , 大きな数と小さな数の足し算による情報落ちと , 表現可能な精度について述べられていれば良い . 正確な表現でなくても , 実数を表現する上での誤差について理解していることが分かれば加点した .

問題 4. 配点 10 点 .

多くの人ができていた .

問題 5. 配点 10 点 .

エジプト式分数と呼ばれる有名な問題で , インターネットで調べれば多くの情報が得られる . 問題文のアルゴリズムは強欲算法 (greedy algorithm) と呼ばれる汎用性の広いアルゴリズムであるが , 場合によっては複雑な展開になることがある .

有限回で終了することの証明は以下の通り . $0 < \frac{m}{n} < 1$ を満たす分数が与えられた時に , $\frac{m}{n}$ より小さな単位分数の中で最も大きなものを $\frac{1}{p}$ とすると ,

$$\frac{1}{p} \leq \frac{m}{n} < \frac{1}{p-1} \iff n \leq mp < m+n$$

を満たす . $\frac{1}{p} = \frac{m}{n}$ であればアルゴリズムはそこで終了する . そうでない場合 , $\frac{1}{p}$ を引いた値は ,

$$\frac{m}{n} - \frac{1}{p} = \frac{mp-n}{np}$$

である．この時，分子は

$$0 < mp - n < m$$

であるから，たとえ約分ができなかったとしても，一つ前の分数の分子よりも小さくなる．よって，この操作は有限回で終了する．