

問題 1. 以下の言葉の定義を書け .

- (1) 差集合
- (2) 余事象
- (3) 重複試行
- (4) 指数分布
- (5) 標準正規分布 $N(0, 1)$

解答. (1) 集合 A と B の差集合とは, A の元で B の元でないものの集合のこと
 (2) 事象 A の余事象とは, A が起こらないという事象のこと
 (3) 重複試行とは, 同じ試行を独立に繰り返し行うこと
 (4) 確率密度関数が正の実数 a に対して, $f(x) = ae^{-ax}$ ($x > 0$) で与えられる確率分布
 (5) 確率密度関数が $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ で与えられる確率分布

□

問題 2. コインを 4 回投げた時, 3 回目または 4 回目に表が出る事象を A , 表と裏の枚数が同数である事象を B とする .

- (1) A が起こる確率を求めよ .
- (2) B が起こる確率を求めよ .
- (3) A と B が同時に起こる確率を求めよ .
- (4) B が起こったときに A が起こる条件付き確率を求めよ .

解答. (1) 3 回目も 4 回目も裏である確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ より, $P(A) = \frac{3}{4}$
 (2) ${}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$
 (3) 表を 1, 裏を 0 とすると, 組み合わせは $(0, 0, 1, 1), (1, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 0), (1, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 0)$ の 5 通りなので, $P(A \cap B) = \frac{5}{16}$
 (4) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{5/16}{3/8} = \frac{5}{6}$

□

問題 3. 確率変数 X の確率分布が, $P(X = -3) = \frac{1}{3}$, $P(X = 0) = \frac{1}{6}$, $P(X = 1) = \frac{1}{2}$ で与えられているとする . X の期待値, 分散, 標準偏差を求めよ .

解答. $E(X) = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$. $E(X^2) = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$. $V(X) = \frac{7}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$. $\sigma(X) = \frac{\sqrt{13}}{2}$. □

問題 4. 100 点満点で 1 点きざみの試験を行ったところ, 受験者が 64 名, 平均値が 55.2 点, 標準偏差が 11.3 点であった . 得点が 32 点から 78 点の間にある受験者は何人より多いか ?

解答. $\lambda = 2$ でチェビシェフの不等式を適用して, $63 \times \frac{3}{4} = 48$ □

問題 5. サイコロを 2 回投げた時, 1 の目が出る回数を X , 偶数の目が出る回数を Y とする .

- (1) X と Y の期待値, 分散を求めよ .

(2) XY の期待値を求めよ .

(3) X と Y の相関係数を求めよ .

解答. (1) $E(X) = \frac{1}{3}$, $V(X) = 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{18}$, $E(Y) = 1$, $E(Y) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

(2) $X = 2$ のとき $Y = 0$, $Y = 2$ のとき $X = 0$ なので, $X = Y = 1$ のときだけ考えれば良い .

$$2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$$

$$(3) \frac{1/6 - 1/3 \cdot 1}{\sqrt{5/18} \cdot 1/2} = \frac{-1/6}{\sqrt{5/36}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

□

問題 6. (1) 標準正規分布に従う確率変数 X の平均 0 からの距離が 2.00 以下である確率を, 標準正規分布表を使って求めよ .

(2) 標準正規分布に従う確率変数 X について, $P(|X| > d) = 0.05$ となるような d を, 標準正規分布表を使って求めよ .

(3) 確率変数 X は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うとする . 確率変数 X の平均 m からの距離が 3σ 以下である確率を, 標準正規分布表を使って求めよ .

解答. (1) $2 \times \phi(2.00) = 2 \times 0.4772 = 0.9544$

(2) $\phi(d) = 0.475$ となる d は 1.96

(3) $2 \times \phi(3.00) = 2 \times 0.49865 = 0.9973$

□