

問題 1. 次の に当てはまる語句，数式または数字を答えなさい。

- (1) 連続な関数 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ に対して， $f(a) < 0$ ， $f(b) > 0$ であれば， より $f(x) = 0$ を満たす $x \in (a, b)$ が存在する． $c = \frac{a+b}{2}$ とおく． $f(c) > 0$ であれば (a, c) に， $f(c) < 0$ であれば (c, b) に，根が少なくとも 1 つは存在する． $f(c) = 0$ であれば c が根の 1 つである．これを繰り返して 1 つの根の近似値を求める方法を という．
- (2) 微分可能な関数 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ に対して，適当な初期値 x_0 から始め，点 $(x_n, f(x_n))$ での接線と x 軸の交点の x 座標を x_{n+1} とする．こうしてできる数列 $\{x_n\}$ は $f(x) = 0$ の 1 つの根に収束する場合が多い．このようにして根の近似値を求める方法を という．この方法は収束する場合には収束が速く，収束値を α とすると， $x_{n+1} - \alpha = O((x_n - \alpha)^2)$ が成り立つ．これを するという．
- (3) 反復計算において収束の判定基準には様々あるが，近似値 x_n の変化が小さいかどうかで判定する方法を という．例えば，適当な定数 ϵ に対して， $\frac{|x_n - x_{n-1}|}{|x_{n-1}|} < \epsilon$ などである．ここで ϵ を小さく設定すると収束しないことがある．例えば， $1 + \epsilon_0 > 1$ を満たす最小の不動点数 ϵ_0 として定義される よりも小さくしないほうが良いと言われている．
- (4) ノルムとは空間における長さの一般化である．数値計算においては，通常のユークリッドノルム以外に， $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ に対して， $\|x\|_\infty = \text{$ で定義される最大ノルムなどが使われる．
- (5) 空間 X 上のノルム $\|\cdot\|$ に対して， $f: X \rightarrow X$ が縮小写像であるとは，ある $L \in [0, 1)$ が存在して，すべての $x, y \in X$ に関して， を満たすことを言う．この時，任意の点 $x \in X$ に対し $\lim_{k \rightarrow \infty} f^k(x)$ が存在し，唯一の不動点に一致する．これを という．

問題 2. 相異なる x_0 から x_n に対して, 関数値 f_0 から f_n と, 微係数 f'_0 から f'_n が一致するような $2n+1$ 次の多項式は, $p_{2n+1}(x) = \sum_{k=0}^n f_k h_k(x) + \sum_{k=0}^n f'_k g_k(x)$ と書ける. ここで, ラグランジュの補間式 l_k に対し, $h_k(x) = \{l_k(x)\}^2 \{1 - 2(x - x_k)l'_k(x_k)\}$, $g_k(x) = (x - x_k)\{l_k(x)\}^2$ である. これを利用して, 3 次の多項式 $f(x)$ で, $f(0) = f(1) = 0$, $f'(0) = 1$, $f'(1) = 2$ となるものを求めよ.

問題 3. 情報技術の発展とインターネットの普及に伴って, 社会人に求められる情報リテラシーはますます高度化している. 最近ではプログラミングの義務教育化の話もある. 現在の大学生が社会の中心となって働く 10 から 20 年後の社会とその社会で社会人に求められる情報リテラシーを予想し, そのために大学で学ぶべき事柄についてあなたの考えを述べなさい.