

以下の間に答えよ。解答用紙には答えのみを記入せよ。制限時間は 40 分で、それ以降はテスト B に回答せよ。

- 問題 1. (i) 次の極限は存在するか？存在するならその値を述べよ。 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4}$
(ii) 次の関数は原点において連続か？

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2+y}{x-y} & (y \neq x) \\ 0 & (y = x) \end{cases}$$

問題 2. 関数 $g(x, y) = (x^2 + y^2) \tan^{-1} \frac{y}{x}$ について、偏微分係数 $g_x(1, \sqrt{3})$ の値を求めよ。

問題 3. 2 変数関数 $f(x, y) = x^3 - 3x + 2y^2 - 12y$ はただ一つの点で極値をとる。その点とその極値を求めよ。

問題 4. 領域 $D = \{(x, y) : \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ における関数 $f(x, y) = x(1+y)$ の重積分を求めよ。

問題 5. 領域 $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ における関数 $f(x, y) = e^{\sqrt{x^2+y^2}}$ の重積分を求めよ。

問題 6. (i) 領域 $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ における関数 $f(x, y, z) = x^2$ の 3 重積分を求めよ。

(ii) 領域 $D = \{(x, y, z) : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{9} \leq 1\}$ における関数 $f(x, y, z) = x^2$ の 3 重積分を求めよ。

問題 7. $x^2 + (x - y^2 + 1)z - z^3 = 0$ 上の点 $(0, 0, 1)$ における $\frac{\partial z}{\partial x}$ を求めよ。

問題 8. 定積分 $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} tx}{x\sqrt{1-x^2}} dx$ を求めよ。