k : 体. a, b, c pairwise coprime, $\underline{\sqrt{abc} \notin \mathbb{Z}}$

$$\overset{a\ \ b\ \ c}{S := k[X, Y, Z]} \xrightarrow{\ \varphi\ } \overset{1}{k[T]} \quad \text{graded hom.}$$

$$X \longmapsto T^a$$
$$Y \longmapsto T^b$$
$$Z \longmapsto T^c$$

P
$\parallel$
$P_{a,b,c} := \operatorname{Ker} \varphi$. $\mu(P) = 2$ or 3

以下、$\mu(P) = 3$ の場合を考える.

$$I_2\begin{pmatrix} X^{s_2} & Y^{t_3} & Z^{u_1} \\ Y^{t_1} & Z^{u_2} & X^{s_3} \end{pmatrix}$$
$$\parallel$$
$$P = (X^s - Y^{t_1} Z^{u_1},\ Y^t - Z^{u_2} X^{s_2},\ Z^u - X^{s_3} Y^{t_3}) \text{ の形}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{但し } t_1, t_3, s_2, s_3, u_1, u_2 \in \mathbb{N} \\ s = s_2 + s_3, \quad t = t_1 + t_3, \quad u = u_1 + u_2 \end{array} \right)$$

$$P^{(n)} = P^n S_P \cap S$$

$$S \subset R_s(P) := \bigoplus_{n \geq 0} P^{(n)} t^n \subseteq S[t]$$

subring

Symbolic Rees ring

(問) $R_s(P)$ は Noeth. か? ($\Longleftrightarrow$ S上 有限生成か?) 環として

注 $f \in [P^{(r_1)}]_{d_1}$, $g \in [P^{(r_2)}]_{d_2}$ $(r_1, r_2 > 0)$

f, g が S-正則 $\Longrightarrow$ $\dfrac{d_1 d_2}{r_1 r_2} \geq abc$, $\dfrac{(1-t^{\deg f})(1-t^{\deg g})(1-t^{\deg h})}{(1-t^a)(1-t^b)(1-t^c)}$

$\parallel$

$\because$ f, g, h が S の h-s.o.p. ($S/(f,g,h)$ の Poincaré series に $t=1$ を代入)

$$\frac{d_1 d_2 \deg(h)}{abc} = l_S(S/(f,g,h)) = e((h), S/(f,g))$$

$$\geq \underbrace{l_{S_p}(S_p/(f,g)S_p)}_{\geq r_1 r_2} \cdot \underbrace{e((h), S/p)}_{= \deg(h)}$$

//

よって、

もし、$\exists\, 0 \neq f \in [P^{(r)}]_d$ s.t. $\dfrac{d}{r} < \sqrt{abc}$

$\Downarrow$

$\exists\, 0 \neq f \in [P^{(r)}]_d$ s.t. $\dfrac{d}{r} < \sqrt{abc}$ をとる

このfを negative curve (NC) という。

$\boxed{\text{存在すれば一意}}$

Huneke の判定法 (Cutkosky)

$R_s(P)$: Noeth $\Longrightarrow$ $\exists$ NC.

$\Longleftarrow$ $\mathrm{ch}\, k = p > 0$

トーリックの手法

$$S = k[\overset{a}{x}, \overset{b}{y}, \overset{c}{z}], \quad S[x^{-1}, y^{-1}, z^{-1}]_0 = k[v^{\pm1}, w^{\pm1}]$$

$$v = \frac{x^{s_2} z^{u_2}}{y^{t}}, \quad w = \frac{z^{u}}{x^{s_3} y^{t_3}}$$

$a'a + b'b + c'c = 1$ とする $(a', b', c' \in \mathbb{Z})$

$\deg x^{a'} y^{b'} z^{c'} = 1$

$$S[x^{-1}, y^{-1}, z^{-1}] = k[v^{\pm1}, w^{\pm1}]\left[(x^{a'} y^{b'} z^{c'})^{\pm1}\right]$$

$d \geq 0$, $\quad S[x^{-1}, y^{-1}, z^{-1}]_d = k[v^{\pm1}, w^{\pm1}](x^{a'} y^{b'} z^{c'})^d$

$$S_d = S \cap S[x^{-1}, y^{-1}, z^{-1}]_d = \left[k[v^{\pm1}, w^{\pm1}](x^{a'} y^{b'} z^{c'})^d\right] \cap S.$$

$$v^{\alpha} w^{\beta} (x^{a'} y^{b'} z^{c'})^d \in S$$

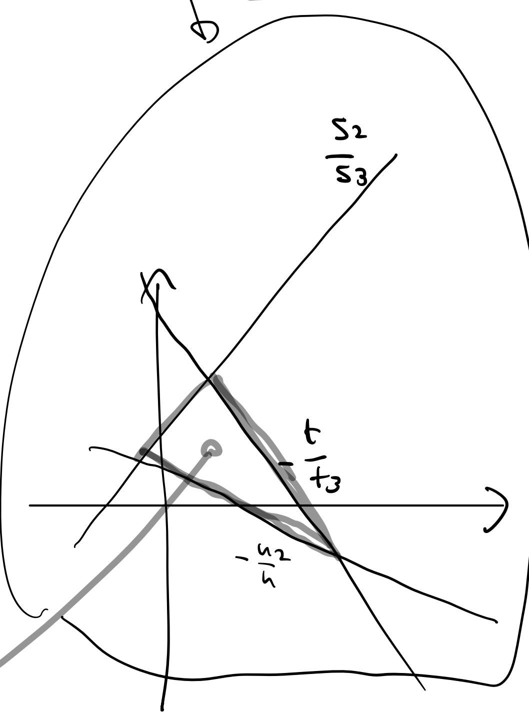
$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} \alpha s_2 - \beta s_3 + a'd \geq 0 \\ -\alpha t - \beta t_3 + b'd \geq 0 \\ \alpha u_2 + \beta u + c'd \geq 0 \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} \beta \leq \dfrac{s_2}{s_3}\alpha + \dfrac{a'}{s_3} d \\ \beta \leq -\dfrac{t}{t_3}\alpha + \dfrac{b'}{t_3} d \\ \beta \geq -\dfrac{u_2}{u}\alpha - \dfrac{c'}{u} d \end{cases}$$

$a' > 0$, $b' > 0$, $c' < 0$ のとき



ここの格子点が S_d の単項式に対応

左の頂点 → 格子点となる y の巾

上の頂点 → 〜〜〜 z 〜

右の頂点 → 〜〜〜 x の巾 $\quad (t = x^{a'}y^{b'}z^{c'})$

Δ : $d=1$ の三角形

$d\Delta$ が上の三角形

エルハールト環

よって $\quad S = E(\Delta) := \bigoplus_{(\alpha,\beta)\in d\Delta\cap\mathbb{Z}^2} (k v^{\alpha} w^{\beta}) t^{d}$

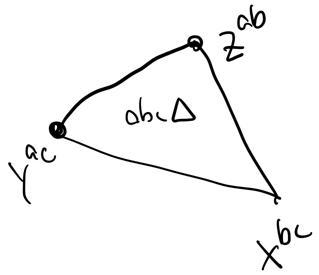
$$p\, S[x^{-1}, y^{-1}, z^{-1}] = (v-1, w-1)\, k[v^{\pm1}, w^{\pm1}][x^{a'}y^{b'}z^{c'}]$$

$$p^r S[x^{-1}, y^{-1}, z^{-1}] = (v-1, w-1)^r k[v^{\pm1}, w^{\pm1}][x^{a'}y^{b'}z^{c'}]$$

$$p^{(r)} = p^r S[x^{-1}, y^{-1}, z^{-1}] \cap S = (v-1, w-1)^r k[v^{\pm1}, w^{\pm1}][(x^{a'}y^{b'}z^{c'})^{\pm1}] \cap S$$

$|abc\Delta|$ の面積は? $\quad (\xi = abc,\ \eta = a+b+c)$

$abc\Delta$ の格子点数は $\quad \dim S_{abc} = \frac{\xi}{2} + \frac{\eta}{2} + 1 \quad$ (KM)



境界の格子点数 : $\underbrace{a+b+c}_{=\eta}$, 内点の格子点数 : $\frac{\xi}{2} - \frac{\eta}{2} + 1$

Pick $\Rightarrow \quad |abc\Delta| = \left(\frac{\xi}{2} - \frac{\eta}{2} + 1\right) + \frac{\eta}{2} - 1$

$$= \frac{\xi}{2} = \frac{abc}{2}$$

$$\therefore \quad |\Delta| = \frac{1}{(abc)^2}|abc\Delta| = \frac{1}{2abc}$$

$r>0$

$$f \in [p^{(r)}]_d \text{ が NC} \iff \begin{cases} ① \ f \text{ は既約} \\ ② \ \dfrac{d}{r} < \sqrt{abc} \end{cases} \quad \left(|d\Delta| = \frac{d^2}{2abc}\right)$$

$$② \iff \frac{d^2}{abc} < r^2 \iff 2|d\Delta| < r^2$$

$$① \iff$$ fは、X、Y、Zで割り切れず

fは $S[(XYZ)^{-1}]$ でキヤク

$\iff$ $f \in \left(\bigoplus_{(\alpha,\beta)\in d\Delta\cap\mathbb{Z}^2} k u^\alpha w^\beta\right) t^d$ としたとき
$= \varphi t^d$

$\varphi \in \bigoplus_{(\alpha,\beta)\in d\Delta\cap\mathbb{Z}^2} k u^\alpha w^\beta$ は $k[u^{\pm1}, w^{\pm1}]$ でキヤク

かつ

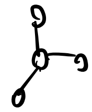
$d\Delta$の各辺上に、φで係数がnonzeroの単項式あり

$$\varphi \in k[u^{\pm1}, w^{\pm1}]$$

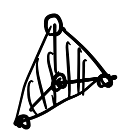
$$\sum_{(\alpha,\beta)\in\mathbb{Z}^2} c_{(\alpha,\beta)} u^\alpha w^\beta$$

$$N_\varphi := \{(\alpha,\beta) \mid c_{(\alpha,\beta)} \neq 0\} \subset \mathbb{Z}^2$$

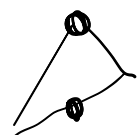
$$P_\varphi := \mathrm{conv}(N_\varphi)$$

例  , $\varphi = uw^2 + u^2w + 1 - 3uw$

$$N_\varphi = \{(1,2), (2,1), (0,0), (1,1)\}$$

$P_\varphi =$  面積 $= \frac{3}{2} < \frac{2^2}{2}$

例

 OK.

$\varphi = w - 1$

 <1ならば、面積$<\frac{1}{2}$

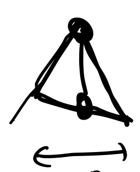
$[\mathbb{P}^{(n)}]_d$ 内に NC が存在 $\iff$ $\left\{ \begin{array}{l} \exists \varphi \in \underbrace{k[v^{\pm 1}, w^{\pm 1}]}_{=L} \text{ s.t.} \\ ⓪\ \varphi \in (v-1, w-1)^r \text{ かつ } N\varphi \subseteq d\Delta \\ (1\text{-}1)\ \varphi \text{ は } L \text{ で既約} \\ (1\text{-}2)\ N\varphi \text{ は、} d\Delta \text{ の各辺上に点をもつ} \\ ②\ 2|d\Delta| < r^2 \end{array} \right.$

$\Downarrow$

$\varphi \in L$ は、$\left\{ \begin{array}{l} \varphi \text{ は既約} \\ \varphi \in (v-1, w-1)^r \\ 2|P_\varphi| < r^2 \end{array} \right.$ $\overset{:}{\iff}$ φ は r-nct

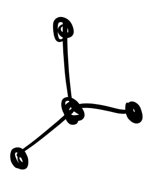
例

・  $\varphi \in (w-1)$ これに外わくを ⊕ かつ 面積 $< \underbrace{\tfrac{1}{2}}_{=\frac{r^2}{2}}$ になるように

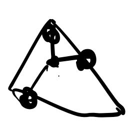
つければ  ある SMP の

1移

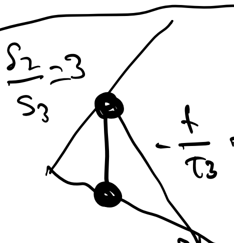
$r=1$ の negative curve

・  $\varphi = vw^2 + v^2w + 1 - 3vw \in (v-1, w-1)^2$

これに外わくを ⊕ かつ 面積 $< \underbrace{\tfrac{4}{2}}_{=\frac{r^2}{2}}$ に

なるようにつければ  はある SMP の

$r=2$ である n.c.



$\frac{s_2}{s_3} = 3$

$-\frac{t}{t_3} = -\frac{2}{1} = -2$

$-\frac{u_2}{u} = -\frac{3}{4}$

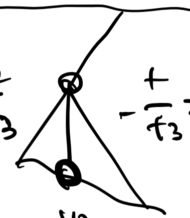
$I_2\begin{pmatrix} x^3 & y & z^2 \\ y & z^3 & x \end{pmatrix}$

$(7, 18, 5)$

$\boxed{z^5 - xy}$ NC

$\exists\, d_2 \in P^{(2)}$

Noeth



$\frac{2}{4} = \frac{s_2}{s_3}$ $\quad -\frac{t}{t_3} = -\frac{4}{4}$

$-\frac{u_2}{u} = -\frac{2}{3}$

$I_2\begin{pmatrix} x^7 & y^4 & z \\ y^7 & z^2 & x^4 \end{pmatrix}$

$(25, 29, 72)$

$z^3 - x^8 y^6$

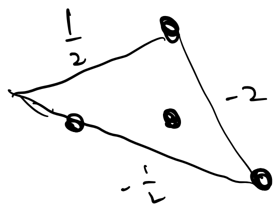
non Noeth

NC

$(3, 4, 7)$

$I_2\begin{pmatrix} x & y & z \\ y & z & x^2 \end{pmatrix}$

15

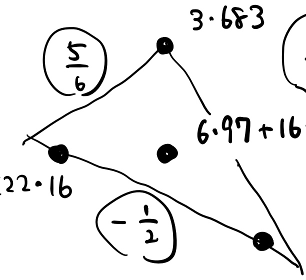


$\frac{1}{2}$ $\quad -2$ $\quad -\frac{1}{2}$

$(97, 16, 683)$ (西田)

$I_2\begin{pmatrix} x^5 & y^{49} & z \\ y^{24} & z & x^6 \end{pmatrix}$

$\exists$ NC $\quad d_1 = 2049 = 3 \cdot 683, \quad r_1 = 2$



$3 \cdot 683$

$\frac{5}{6}$ $\quad -\frac{73}{49}$

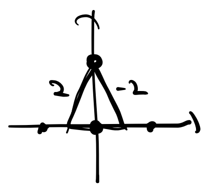
$6 \cdot 97 + 16 \cdot 49 + 683$

$97 + 122 \cdot 16$

$-\frac{1}{2}$

$17 \cdot 97 + 25 \cdot 16$

※ 三角形の3辺の法線ベクトル（整数ベクトルでいちばん短くとる）は格子$\mathbb{Z}^2$を生成する

(

2 $\quad -2$

$(2, -1)$ $\quad (-2, -1)$ ダメ

$\uparrow (0, 1)$)

注 $L \subset \mathbb{Z}^2$

$$k\langle L\rangle := \bigoplus_{(\alpha,\beta)\in L} k\, u^\alpha w^\beta \subset k[u^{\pm1}, w^{\pm1}]$$

$\bar{u} := u-1$, $\bar{w} := w-1$

$$u^\alpha w^\beta = (\bar{u}+1)^\alpha (\bar{w}+1)^\beta = 1 + \alpha\bar{u} + \beta\bar{w} + \cdots$$

$$kL \ni \sum_{(\alpha,\beta)\in L} P_{(\alpha,\beta)}\, u^\alpha w^\beta = \bar{u}, \bar{w}\text{ の多項式}$$

$(u,w)=(1,1)$ でテイラー展開

$\bar{u}^{\square}\bar{w}^{\square}$ の係数は $\{P_{(\alpha,\beta)} \mid (\alpha,\beta)\in L\}$ の一次結合

$$\therefore\quad \#L > \frac{r(r+1)}{2} \Rightarrow k\langle L\rangle \cap (u-1, w-1)^r \neq 0$$

注 $\exists\, r, d$ s.t. $\begin{cases} d < r\sqrt{abc} \\ \dim_k S_d > \frac{r(r+1)}{2} \end{cases}$

$\boxed{C2}$

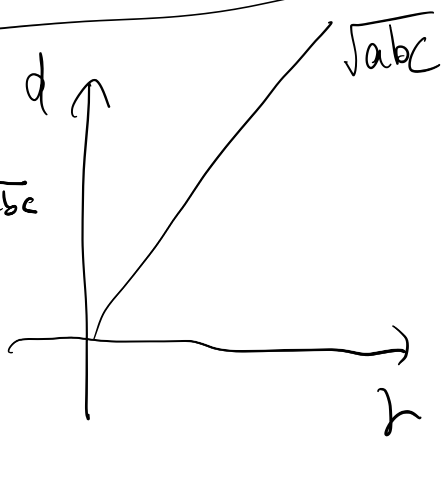
コンピューターで check 可能

$\Downarrow$

$(P^{(r)})_d \neq 0$ with $d < r\sqrt{abc}$

$\Downarrow$

$\exists$ NC.



- 非常に多くの例で $\boxed{C2}$ 成立
- $(9,10,13)$, $(5,33,49)$, $(8,15,43)$ $\cdots$ では $\boxed{C2}$ 不成立

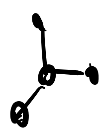
$$\exists NC \in (\mathbb{P}^{(18)})_{1617} \qquad \exists NC \in (\mathbb{P}^{(9)})_{645}$$

r-net の性質

- $k[u^{\pm 1}, w^{\pm 1}]$ の自己同型 ($\mathbb{Z}^2$ への $GL(2,\mathbb{Z})$ の作用) と $k[u^{\pm 1}, w^{\pm 1}]$ の単元の積 (平行移動) で移り合うものは同一視 (これによって $|P_\varphi|$ は不変)

- 各 $r>0$ に対して、r-net は有限コ存在
- 1-net  $\underline{u-1}$ のみ

注 r を fix. $(u-1, w-1)^r$ 内のキヤラ多項式で $|P_\varphi|$ がいくらでも大きいものが存在

- 2-net  $\underline{uw^2} + \underline{u^2w} + \underline{1} - 3uw$

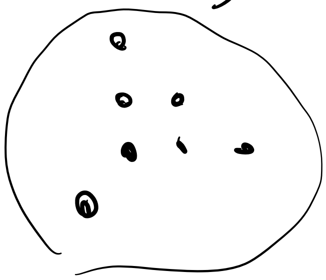
$$\begin{aligned} &\parallel \\ &-(u-1)(w-1)uw + (uw-1)^2 \\ &\cap \\ &(u-1, w-1)^2 \end{aligned}$$

のみ

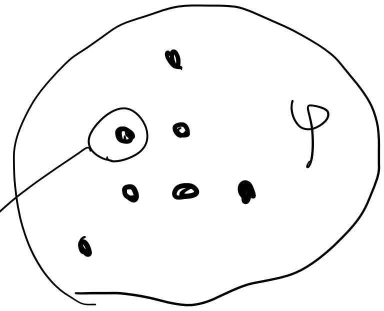
キカを使う, r: fix, $l \gg 0$ をうまくとって, $lH - rE$ が bpf で
これで作られる射 $\varphi: Y \to \mathbb{P}^5$ で
$\dim \mathrm{Im}\,\varphi \geq 2$ を示す.

• 3-nct

2つ



$\frac{r(r+1)}{2}+1$ つ



係数 2

N_φ, P_φ は ch による.

r-nct は ch は depend

$(9,10,13)$ ch $=2$ で $\exists NC \in [P^{(3)}]_{100}$

⋮

Th φ : r-nct

$\Longrightarrow$ $\#$ P_φ の内点の格子点 $\geq \frac{r(r-1)}{2}$

IK で上の結果を用いた.

もし $[P^{(r)}]_d \ni {}^{\exists}NC$ なら、

このNCを定めるr-nct φ をとる

$$N_\varphi \subset d\Delta \cap \mathbb{Z}^2 \quad \text{より}$$

$$P_\varphi \subset \mathrm{conv}(d\Delta \cap \mathbb{Z}^2)$$

$\#$(P_φの内点の格子点) $\leq \#$($\mathrm{conv}(d\Delta \cap \mathbb{Z}^2)$の内点の格子点)

注

(9, 10, 13)は

C2 不成立なので

$d < \sqrt{abc}\, r$ をみたすとき、

d: $S_d \leq \frac{r(r-1)}{2}$ が成立

(9, 10, 13)で、次をみたす(r, d)は、どのくらいあるか？ → 資料1

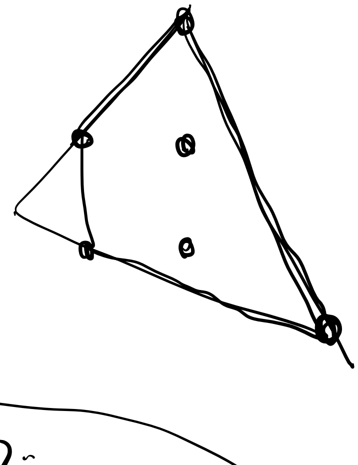
$$\begin{cases} d < \sqrt{abc}\, r \\ \#(\mathrm{conv}(d\Delta \cap \mathbb{Z}^2)\text{の内点の格子点}) \geq \dfrac{r(r-1)}{2} \end{cases}$$

chによらず

もし

$NC \in [P^{(r)}]_d$

例

$d\Delta =$ 

内点 2点

コンピューターによる計算で、

9, 10, 13　$ch = 0$、　$r \leq 100$　まで

NCは存在しない

資料1のoutputで

$r \leq 100$のものは $\boxed{37個}$

資料2のプログラム

を用いて $[P^{(r)}]_d = 0$

をcheck

資料2 $=$ $[P^{(r)}]_d$ の $\mathbb{R}$-次元を求める.

degree 5 の SMC の symbolic Rees ring.

a, b, c : pairwise coprime $\Rightarrow R_s(P_{a,b,c})$: Noeth

$a = 1, 2, 3, 4, 6$

(Cutkosky)

$\underline{a=6}$ のケース、 $P_{a,b,c} \neq$ C.I. と仮定

a, b, c は pairwise coprime より

$a = 6$

$b \equiv 1 \ (6)$, $c \equiv -1 \ (6)$ としてよい

$X^{\triangle} - YZ \in P$

$\deg(X^{\triangle} - YZ) = \underline{b+c} < a+b+c$.

よって、 $-K = (a+b+c)H - E$ は $\underline{\text{big}}$

$\xRightarrow[\text{Cutkosky}]{} R_s(P_{a,b,c})$: Noeth

$\underline{\mathrm{ch}\, k = 0}$,

$(a,b,c) = (7,15,26), (9,13,29), (10,11,27)$

$(11,21,25), (12,13,17), (13,18,25), \cdots$

$\Rightarrow R_s(P_{a,b,c})$: non-Noeth.

(I-K)

(上の例では、$r=1$ で NC あり)

Ebina : $a=5$、$r=1$ で NC あり $\Rightarrow R_s(P_{a,b,c})$: Noeth.

Uchisawa : $a=8$、$r=1$ で NC あり $\Rightarrow R_s(P_{a,b,c})$: Noeth

$(5, 103, 169)$

$I_2\begin{pmatrix} x^{28} & y & z \\ y^2 & z & x^{47} \end{pmatrix}$

$(5, 37, 61)$
$r \leq 30$ では
NC なし.

$\exists f \in [P^{(7)}]_{2065}$ NC.

$2065 = 5 \cdot 7 \cdot 59$

$$\frac{5 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{59}}{\cancel{7}} \times \frac{103 \cdot 169}{\cancel{59}} = 5 \cdot 103 \cdot 169$$

以下、$\mathrm{ch} k = 0$ とする.

$103 \cdot 169 = 17407$

$R_s(P_{5,103,169})$: Noeth

$\Uparrow$ Hunekeの判定法 (Cutkosky)

$$\exists m > 0 \text{ s.t. } \left\{ \begin{array}{l} \exists g \in [P^{(59m)}]_{17407m} \\ f \nmid g \end{array} \right.$$

(f, g は Hunekeの判定法をみたす)

$\Uparrow$ (*) ← ((1), (2) OK　$\ell = 8$)
格子点をみる

$\exists g \in [P^{(59)}]_{17407}$ (s.t. $f \nmid g$) f, g は Hunekeの判定法をみたす.

$d_2 - \ell d_1 = 887$
$r_2 - \ell r_1 = 3$

$H^1_{\mathfrak{m}}(S/P^{(8)})_{887} = 0.$
はコンピューターなしで証明できる

(*)について

$k=\bar{k}$

Th. $\mathrm{ch}\, k=0$, a, b, c : pairwise coprime

$\mathfrak{p} := \mathfrak{p}_{a,b,c}$.

仮) $\exists C$: NC $\in [\mathfrak{p}^{(r_1)}]_{d_1}$ とする.

$d_2, r_2 \in \mathbb{N}$ は
$$\begin{cases} \cdot\ \dfrac{d_1}{r_1}\cdot\dfrac{d_2}{r_2} = abc \\ \cdot\ a\nmid d_1 \Rightarrow a \mid d_2 \\ \cdot\ b\nmid d_1 \Rightarrow b \mid d_2 \\ \cdot\ c\nmid d_1 \Rightarrow c \mid d_2 \end{cases}$$
をみたすとする

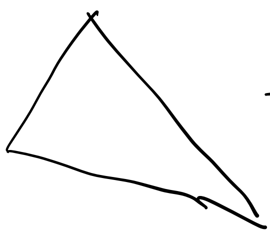
仮) (0) $R_s(\mathfrak{p})$ は Noeth.

(1) $C \simeq \mathbb{P}^1_k$

(2) $\exists \ell > 0$ s.t. $H^1(Y, \mathcal{O}_Y(d_2H - r_2E - \ell C)) = 0$.

$\Longrightarrow$ Hunekeの判定法をみたすもう一つの元は $[\mathfrak{p}^{(r_2)}]_{d_2}$ からとれる

deg $= d_1$ の三角形

$d_1\Delta =$  をみる.

(1) $\Longleftrightarrow$ $d_1\Delta$ の内点の格子点の集合をTとおくと

$$\underbrace{\bigoplus_{(\alpha,\beta)\in T} k v^{\alpha} w^{\beta}}_{k\langle T\rangle} \cap \mathfrak{z}^{(r_2-1)} = 0$$

(1) $\Longleftrightarrow$ $0 = H^2_{\mathfrak{m}}(S/I_C)_0 = H^1(\mathcal{O}_C) = H^2(\mathcal{O}_Y(-C)) = H^0(\mathcal{O}_Y(K+C))$

$\mathfrak{z} := (v-1, w-1)k[v^{\pm 1}, w^{\pm 1}]$

(2) について　　　$C = d_1H - r_1E$

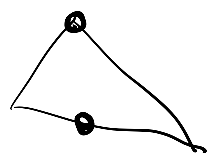
$$H^1(\mathcal{O}_Y(d_2H - r_2E - \ell C))$$

$$\|$$

$$H^1(\mathcal{O}_Y((d_2-\ell d_1)H - (r_2-\ell r_1)E))$$

$$\cong \begin{cases} H^1_m(S/P^{(r_2-\ell r_1)})_{d_2-\ell d_1} \; \left(= H^2_m(P^{(r_2-\ell r_1)})_{d_2-\ell d_1}\right) & \text{if } r_2 \geq \ell r_1 \\ 0 & \text{if } r_2-\ell r_1 = -1, 0 \\ ? & \text{otherwise} \end{cases}$$

例 ・ $r_1 = 1$ のとき

NC は  としてよい

すると、$T = \phi$ よって (1) 成立

$r_1 = 1$ なら、$r_2 - \ell r_1 = 0$ と ℓ をとれる.

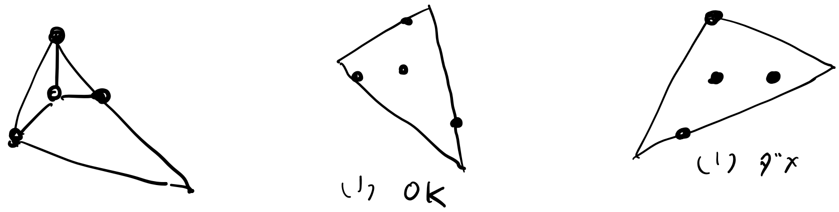
よって (仮) (1), (2) は成立　(KN)

$R_s(P)$ が Noeth. なら、もう一つの元は $[P^{(r_2)}]_{d_2}$ からとれる

・$r_2 = 2$ のとき.

・ $r_2 - l r_1 = 0$ か -1 になるように l をとれば (2) は OK.

・ degree d_1 の三角形の格子点の状況は、いろいろなパターンがある

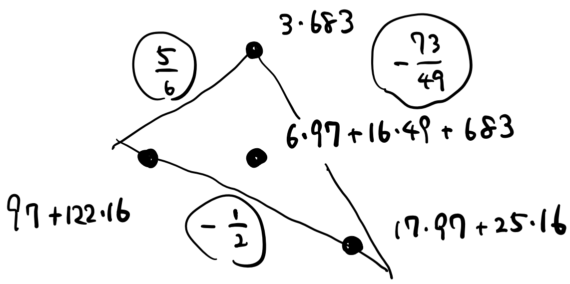


(1) OK　　(1) OK　　(1) ダメ

$(97, 16, 683)$ (西田)

$$I_2\begin{pmatrix} x^5 & y^{49} & z \\ y^{24} & z & x^6 \end{pmatrix}$$

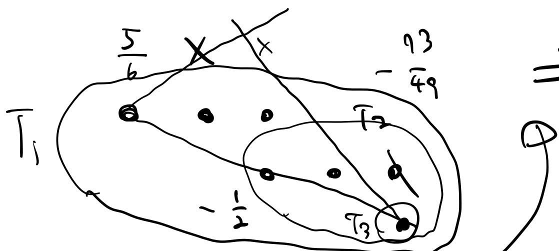
$\exists_{NC}$ $d_1 = 2049 = 3\cdot 683$, $r_1 = 2$



(1) OK.

$$\frac{3\cdot 683}{2}\cdot\frac{\underbrace{2\cdot 97\cdot 16}_{=d_2}}{\underbrace{3}_{=r_2}} = 97\cdot 16\cdot 683$$

deg $= 2\cdot 97\cdot 16$ の三角形



$\Longrightarrow$ $[P^{(3)}]_{2\cdot 97\cdot 16} = 0$

よって、$R_s(P)$ は non-Noeth.

$$\begin{array}{c} k\langle T_1\rangle \cap \mathfrak{z}^3 \\ \cup \\ k\langle T_2\rangle \cap \mathfrak{z}^2 \\ \cup \\ k\langle T_3\rangle \cap \mathfrak{z} \\ \| \\ 0 \end{array}$$

$T \subset \mathbb{A}^2 \supset L$ line.

(仮) $\#(T\cap L) = r$

$\Longrightarrow$

$$\begin{array}{c} k\langle T\rangle \cap \mathfrak{z}^r \\ \| \text{ — } k\text{-iso} \\ k\langle T\setminus L\rangle \cap \mathfrak{z}^{r-1} \end{array}$$

コンピューター ⇒ $[P^{(59)}]_{17407} = 0$

よって、$R_s(P_{5,103,169})$: non-Noeth.

約25分

別のプログラム ⇝ 20秒

資料2

（$[P^{(n)}]_d$ の次元を求めるプログラム）

約25分で $[P^{(59)}]_{17407} = 0$ がわかった。

資料3

資料2とは別の方法で $[P^{(n)}]_d$ を求める方法を用いる

（Pの3つの生成元が d-列であることを用いる）