基本情報技術 I

1. 基数変換

菊池浩明

講義目標

- 教科書
  - 1-1, 1. 記数法, 2. 基数変換, 3. 整数の表現, 4. 小数の表現
- 2進数, 8進数, 16進数と10進数の正の整数を自在に変換できる
- N進数の小数を基数変換できる
- N進数の算術演算ができる

宿題（小テスト範囲）

- 1章練習問題 (p.56)
  - 1, 2, 3, 4

1. 記数法

- 10進数
  - 123.45
    $= 1\times10^{2} + 2\times10^{1} + 3\times10^{0} + 4\times10^{-1} + 5\times10^{-2}$
  - 基数(radix)　N = 10
- 8進数
  - $456.6_{(8)} = 4\times8^{2} + 5\times8^{1} + 6\times8^{0} + 7\times8^{-1}$
- 16進数
  - $89A.B_{(16)} = 8\times16^{2} + 9\times16^{1} + 10\times16^{0} + 11\times16^{-1}$
- 2進数
  - $101.11_{(2)} = 1\times2^{2} + 0\times2^{1} + 1\times2^{0} + 1\times2^{-1} + 1\times2^{-2}$

なぜ情報技術では16進数を使う？

- N進数の例
  - HTML　 赤
  - C言語　int x = 0x20; (16進数, $32_{(10)}$)
    int y = 012; (0から始まる数は8進数)
  - IPアドレス: 192.168.0.1 (256進数4桁）
- ディジタルコンピューターの内部
  - メモリ: 0, 1 (電荷の有無)
  - 電圧: H (High), L (Low)

表1-1. 2進数，8進数，16進数

10進数 (decimal)	2進数 (binary)	8進数 (octal)	16進数 (hexadecimal)
0	0000	00	0
1	0001	01	1
2	0010	02	2
3	0011	03	3
4	0100	04	4
5	0101	05	5
6	0110	06	6
7	0111	07	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

例1

- 次の数は10進数でいくらか？
  - ❑ $X = 1100_{(2)} = \qquad\qquad _{(10)}$
  - ❑ $Y = 1100_{(8)} = \qquad\qquad _{(10)}$
  - ❑ $Z = 0.A_{(16)} = \qquad\qquad _{(10)}$
  - ❑ $W = -11_{(2)} = \qquad\qquad _{(10)}$

2. 基数変換

- 2進数から8進数
  - 110101.011$_{(2)}$
  - = 6 5. 3$_{(8)}$; 3bitづつ変換
- 2進数から16進数
  - 110101.0110$_{(2)}$
  - = 3 5. 6$_{(16)}$; 4bitづつ変換
- 8進数から16進数
  - 65.30$_{(8)}$ = 110101.011000$_{(2)}$
  - = 3 5. 6$_{(16)}$; 一度2進数に

10進数との変換 (1)

- 10進数から2進数（整数）
  - A = $100_{(10)}$

Aが偶数なら0, 奇数なら1

		余り
2)	100	
2)	50	0
2)	25	0
2)	12	1
2)	6	0
2)	3	0
2)	1	1
	$\boxed{0}$	1

LSB (Least Significant Bit)
最下位

$100_{(10)}=01100100_{(2)}$

= A/ 2^7 (7ビット目)

MSB (Most Significant Bit)
最上位

10進数との変換 (2)

- 10進数から8進数(整数)

余り

8) 100

8) 12　　4

　　1　　4

$100_{(10)}=144_{(8)}$

- 10進数から16進数(整数)

余り

16) 100

16) 6　　4

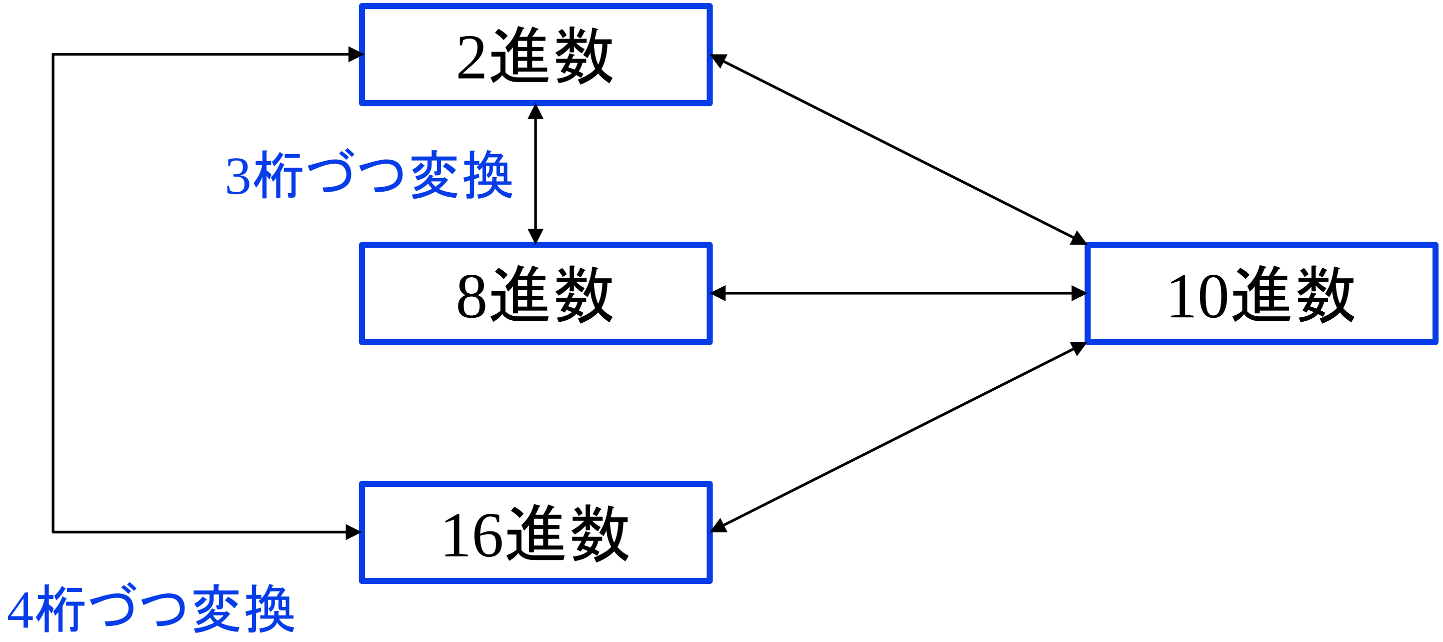
　　0　　6

$100_{(10)}=64_{(16)}$

例2

- 次の基数変換を行え
  - ❑ $140_{(10)} =$ $_{(2)}$
    $=$ $_{(8)}$
  - ❑ $11101.01101_{(2)} =$ $_{(16)}$
    $=$ $_{(8)}$
- 8進数5桁の数値x
  - ❑ 2進数で何桁か
  - ❑ 16進数で何桁か

変換チャート



10進数からの変換(小数)

- 10進数から2進数
  - X = 0.625

$$\begin{array}{r} 0.625 \\ \underline{\times \quad 2} \\ \color{red}{1}.25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.25 \\ \underline{\times \quad 2} \\ \color{red}{0}.5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.5 \\ \underline{\times \quad 2} \\ \color{red}{1}.0 \end{array}$$

$$0.625_{(10)} = 0.101_{(2)}$$

  - X=0.3

$$\begin{array}{r} 0.3 \\ \underline{\times \quad 2} \\ \color{red}{0}.6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.6 \\ \underline{\times \quad 2} \\ \color{red}{1}.2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.2 \\ \underline{\times \quad 2} \\ \color{red}{0}.4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.4 \\ \underline{\times \quad 2} \\ \color{red}{0}.8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.8 \\ \underline{\times \quad 2} \\ \color{red}{1}.6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.6 \\ \underline{\times \quad 2} \\ \color{red}{1}.2 \end{array}$$

$$0.3_{(10)} = 0.010011\ 0011\ 0011\ldots_{(2)}$$

無限小数，循環小数

小数表記と精度

- 打切り誤差
  - 一定の桁数で打ち切ったことが原因で生じる誤差．無限小数（循環小数）で生じる．
- Java　(processing)の例

```
class A{
        public static void main(String argv[]){
                float a = 1.0f/3.0f;
                float b = 3.0f;
                System.out.println(a);              0.33333334
                System.out.println(a * 3.0);    1.0000000298023224
                System.out.println(a * b);       1.0
         }
}
```

10進数からの変換(小数)

- 10進数から16進数
  - X = 0.5078125

$$\begin{array}{r} 0.5078125 \\ \underline{\times \quad\quad 16} \\ 8.125 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0.125 \\ \underline{\times \quad\quad 16} \\ 2.0 \end{array} \qquad 0.5078125_{(10)} = 0.82_{(16)}$$

  - 8進数へ

$$\begin{array}{r} 0.5078125 \\ \underline{\times \quad\quad 8} \\ 4.0625 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.0625 \\ \underline{\times \quad\quad 8} \\ 0.5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.5 \\ \underline{\times \quad\quad 8} \\ 4.0 \end{array} \qquad 0.5078125_{(10)} = 0.404_{(8)}$$

N進数小数を10進数へ

- 2進数から10進数
  - $0.101_{(2)} = ½ + 0 \times ¼ + 1/8 = 0.625_{(10)}$
    $= 101_{(2)} \times 2^{-3} = 5/8 = 0.625_{(10)}$
  - $0.010011_{(2)} = 2^{-2} + 2^{-5} + 2^{-6} = 19/64$
    $= 0.296875_{(10)} \approx 0.3$
- 8進数から10進数
  - $0.404_{(8)} = 4 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2} = 65/128 = 0.5078125$
- 16進数から10進数
  - $0.82_{(16)} = 8 \times 16^{-1} + 2 \times 16^{-2} = 65/128 = 0.5078125$

例3

- $0.0011_{(2)}$を10進数の分数で表せ

- 打ち切り誤差が生じるのは次のどれか？
  - ア） $0.1875_{(10)}$,　イ）$0.4_{(10)}$,
    ウ） $0.75_{(10)}$,　エ）$0.375_{(10)}$

2進数で表現できる主な小数

0.0				0.5				1.0
		0.25				0.75		
	0.125		0.375		0.625		0.875	
	1/8	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	7/8	

まとめ

- 2進数や16進数の表記を（　　　　）法といい，その2や16を（　　　　　）(radix)と呼ぶ.
- 2進数を8進数に変換するには（　　）ビットずつ変換する. 16進数には（　　　）ビットづつ変換する. 最上位ビットを(　　　　)という.
- 全ての10進数の小数が2進数に変換できるわけではない. 循環小数から生じる誤差を（　　　　　　）という.