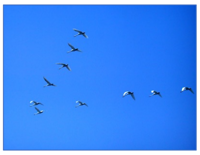
マガンの隊列飛行における波動伝搬の数理モデル

池田研究室4年

1. 背景



V字隊列飛行の例

渡り鳥の一種であるマガンは
群れでV字の隊列をなして飛行する.
この際, 群れの先頭から後方にかけて
柳の枝がしなる様な**波動伝搬**が観測される.

非線形波動伝搬モデル

$$m\frac{d^2y_n}{dt^2} = a + k\left(U_0 - \frac{dy_n}{dt}\right) + F(y_{n-1} - y_n) - \gamma\left(\frac{dy_n}{dt}\right)^2$$

・定常飛行に要する力　・前後の個体の相互作用
・隊列の巡航速度の維持　・流体から受ける抵抗
を考慮した単純な力学モデル

問題点: 数理モデルは1次元だが現象は3次元

疑問: 他のモデルで波動伝搬は再現可能か

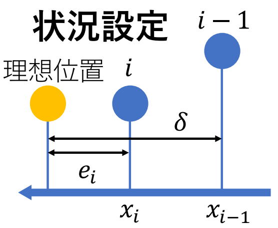
2. 目標

既存の数理モデル①, ②では
鳥のV字隊列飛行における
波動伝搬が再現できないことを示す

①ラインフォーメーションモデル
②Vicsekモデル

3. ラインフォーメーションモデル

状況設定



群れの進行方向に対し
横方向の運動に着目

左図は鳥の隊列の片脚を表している
後方の鳥は翼長間隔δを保つよう
一個体前方を追尾したいが
追跡誤差e_iが生じる

数理モデル

$$e_i(t) = (x_{i-1}(t) + \delta) - x_i(t)$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = A\omega_i + Be_i$$

$$m\frac{d^2x_i}{dt^2} = C\omega_i + De_i$$

A, B, C, D : パラメータ
δ : 理想的な翼長間隔
e_i : 追跡誤差
ω_i : 鳥の状態
m : 鳥の質量
x_i : 鳥の位置

このモデルの $i = 0, 1$の場合の解を求めた

$$\begin{pmatrix}\omega_0\\ e_0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\omega_0(0)e^{At}\\ 0\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}\omega_1\\ h_1\\ e_1\end{pmatrix} = XC_0 + XM \quad \text{ただし}$$

$$XM = \begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{pmatrix}Ce^{At}\omega_0(0) \qquad X = \begin{pmatrix}e^{\lambda_1 t}x_1 & e^{\lambda_2 t}x_2 & e^{\lambda_3 t}x_3\\ e^{\lambda_1 t}y_1 & e^{\lambda_2 t}y_2 & e^{\lambda_3 t}y_3\\ e^{\lambda_1 t} & e^{\lambda_2 t} & e^{\lambda_3 t}\end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix}A & B & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -\frac{C}{m} & -\frac{D}{m} & 0\end{pmatrix} \qquad C_0 = \begin{pmatrix}C_1\\ C_2\\ C_3\end{pmatrix} \qquad h_1 = e_1'$$

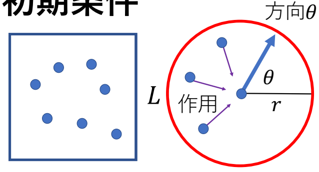
α, β, γ: 行列Pの固有値, 固有ベクトルとAによって定まる値
C_1, C_2, C_3 : 任意定数　λ, x, y : Pの固有値, 固有ベクトルの成分

$t \to \infty$でパラメータによって解は収束or発散

この数理モデルでは波動伝搬は再現不可能

4. Vicsekモデル

初期条件



一辺の長さLの正方形セル内にN個の粒子がランダムに分布. 各粒子は位置x_iと速度v_iをもちv_iは大きさvと方向θによって決まる
セルは周期境界条件
粒子は半径内粒子と相互作用し位置と方向を決定, 更新しセル内を駆動する

更新規則

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t)\Delta t$$

$$\langle\theta(t)\rangle_r = \frac{\sin\theta\text{の平均}}{\cos\theta\text{の平均}}$$

$$\theta(t+1) = \langle\theta(t)\rangle_r + \Delta\theta$$

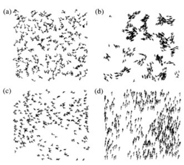
$x_i(t)$:時刻tにおける粒子iの位置
$\Delta t = 1$:更新間の時間
$\Delta\theta$:ノイズ$\left[-\frac{\eta}{2}, \frac{\eta}{2}\right]$からランダム
$\langle\theta(t)\rangle_r$:半径内粒子の向きの平均

特徴 : **ノイズ**と**密度**によって振る舞いが変化する

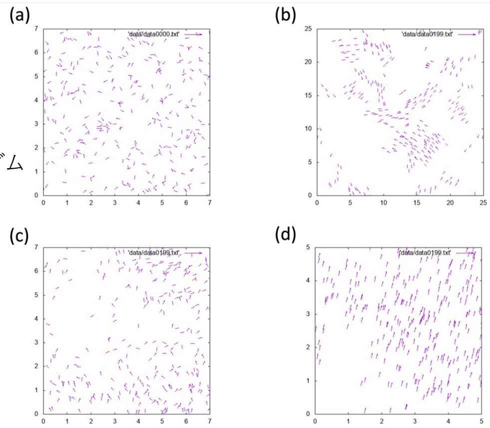
数値計算の再現

	a	b	c	d
η	7	25	7	5
L	2.0	0.1	2.0	0.1

粒子の振る舞い
a : 初期条件 位置, 方向ランダム
b : まとまって動くグループ
c : 相関をもちつつランダム
d : 全粒子がほぼ同じ方向



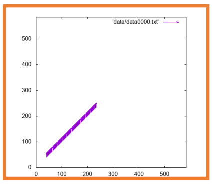
先行研究での数値計算



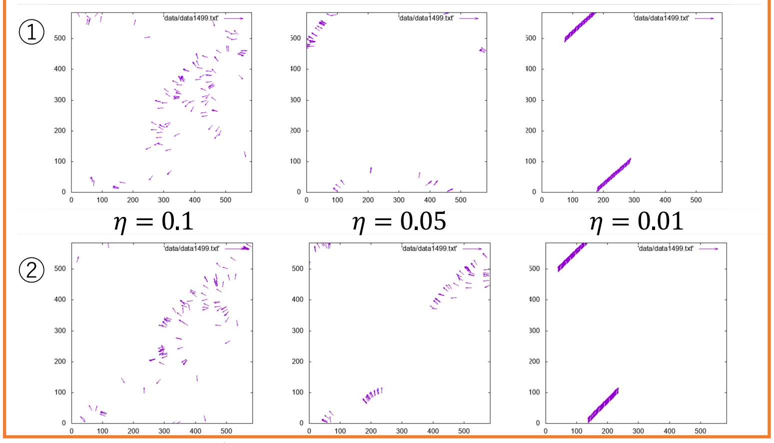
初期条件を変更しV字隊列へ応用
波動伝搬が現れるのか検証した

①リーダー無(先頭個体が相互作用する場合)
②リーダー有(先頭個体が相互作用しない場合)
上記2パターンで数値計算を実行した
パラメータηは低ノイズとされる値を使用した

初期条件の例



Vicsekモデルを 隊列に応用した数値計算の結果



いずれの場合も波動伝搬は現れない

5. 結論

Vicsekモデル
ラインフォーメーションモデル
ではV字隊列飛行における
波動伝搬は再現できないことが示せた