

# 労働人口の移動による都市化の数理モデル

総合数理学部現象数理学科4年

4000万人超の巨大都市東京

写真: Pola Damonte, National Geographic Society (n.d.) より

2009年(左)と1609年(右)のニューヨーク市マンハッタン

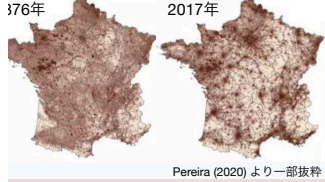
(写真: Markley Boyer, Than (2009) より)

## 導入

### 都市化現象：人口集中の過程

▶ 人々が「田舎」から「都会」へ移動するプロセス  
(National Geographic Society, n.d.; Berry, 2008)

#### 例) フランスの都市化の様子



**都市化 vs 都市成長**  
都市化 (urbanization) は、人の移動により全人口に占める特定の地域の人口割合が上昇することを指す。一方で、都市成長 (urban growth) はより広く人口増加のことを指すため、その理由は人の移動に限らない (Berry, 2008)。ここでは、人口の集中現象である都市化に焦点を絞る。

### 【目標】

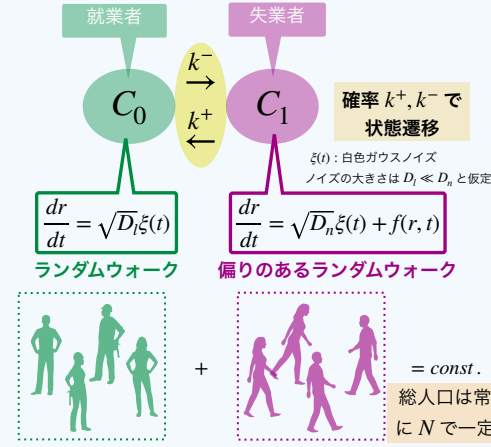
1. 都市化のミクロモデルを構築
2. モデルの妥当性を多角的に検証
3. マクロモデルを導出し、都市化現象のメカニズムを説明

## 方法

(Schweitzer (2002) のモデルを改良)

### 【数理モデルの概観】

各主体は、雇用状態に応じた方程式に従って  $\mathbb{R}^2$  上を移動



### アクティブブラウン粒子 (active Brownian particles)

偏りのあるランダムウォーク (biased random walks) と呼ばれ、粘菌やアリの動きを記述する際にも用いられる。特にこのような微視的運動は、往々にしてランダム力とポテンシャルに由来する外力の和で表される (アクティブブラウン運動)。本モデルでは、各主体をアクティブブラウン運動をする粒子 (アクティブブラウン粒子) とみなし、さらに粒子の状態の切り替えを考慮することで、人口の集積という巨視的現象を再現することを目指す。

• 外力項  $f$  について

$$f(r, t) := \nabla \ln Y(l(r, t));$$

$Y(l) \propto l^\beta; 0 < \beta < 1$  失業者は生産量が多い場所に引き寄せられる

$Y$ : 生産量,  $l$ : 就業者の密度

### 外力項の「気持ち」

- $Y$  は経済学では「生産関数」と呼ばれ、インプットとアウトプットの関係を表す。ここでは、特に時刻  $t$  で地点  $r$  における生産量を示す。一般に、生産量は労働力以外の要素によっても左右される (e.g., 土地や資本) が、簡単のため、ここでは最も単純な形 (Cobb-Douglas 型生産関数) を用いる。
- 対数を取る理由としては、精神物理学で有名なフェヒナーの法則 (Fechner's law) 「人間の知覚は刺激量の対数に比例する ( $p \propto \ln S$ )」が挙げられる。
- 以上より、失業者は周辺の経済活動を刺激として知覚し、より活発な方へと向かうと仮定する。経済活動の高さは、雇用機会や仕事の安定性、住環境など、人間が働き生活していく上での総合的な「魅力」を反映していると考えられてよいであろう。失業者は、そのような「魅力」の勾配に従って領域内を移動するとする。

### 【シミュレーション】

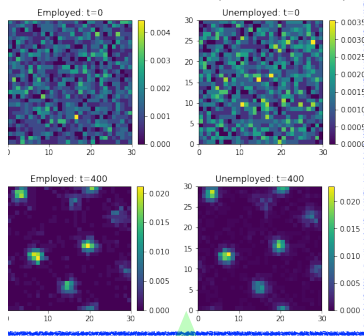
- このミクロモデルに対してエージェント・ベース・シミュレーション (周期境界条件) を行い、人口の集中が起きるかどうかを確認
- モデルがジップの法則とオウケンの法則を再現するか検証

## 結果 1

(パラメータ:  $\beta = 0.67, D_n = 0.20, D_l = 0.02$ )

### 【就業者 (左) と失業者 (右) の密度分布の時間変化】

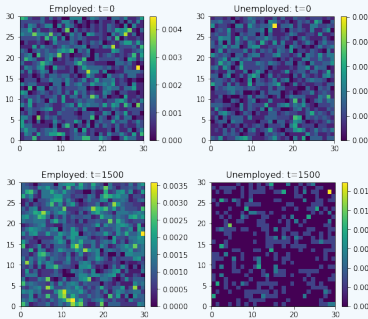
図1: 人口集中が起きる例 ( $k^+ = 0.30, k^- = 0.55$ )



### 集積に関わる条件:

- $k^+/k^- \sim 1$  => 集積しやすい
- それ以外 => 集積しにくい

図2: 人口集中が起きない例 ( $k^+ = 0.90, k^- = 0.10$ )



ランダムな初期分布から集積現象が再現可能!

### 政策に関する示唆

上の結果より、人口集中 (例: 東京一極集中) を抑制するには、例えば、地元の採用率を上げ、解雇率を下げるような政策が有効であると考えられる。

### 察: 人口集中はいつ起きる?

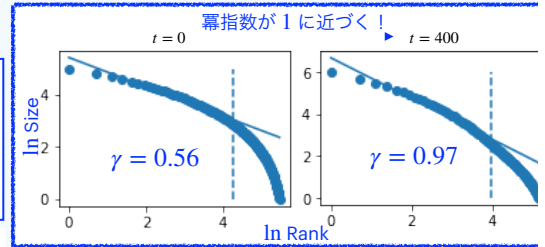
端な不景気や好景気の際には、人口集中が抑制され、適度な競争 (人材の入れ替え) が存在するときに、それは促進されると考えられる。

## 結果 2

### ジップの法則

- 人口第  $N$  位の都市は、第 1 位の都市の約  $1/N$  の人口を有する

$$(\text{city size}) \propto (\text{rank})^{-\gamma}; \gamma \approx 1 \quad (0.8 \sim 1.2)$$



集積が進むにつれて、ジップの法則が出現

### シミュレーションにおける「都市」の定義

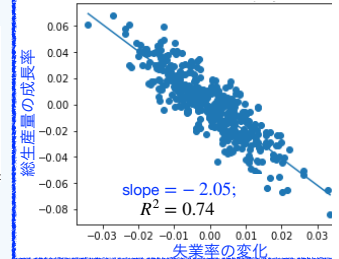
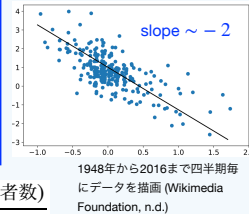
領域を適当な数の小領域に「ランダムに」分割し、その各領域を都市とみなして、順位・規模分布 (rank-size distribution) を描く。この操作を多数繰り返すことで、領域分割のランダム性の影響が抑えられた、平均的な分布を得ることができる。

### オウケンの法則

- 失業率の変化量は、総生産量の成長率と負の相関関係にある

$$\frac{\Delta Y_{tot}}{Y_{tot}} \propto - \frac{\Delta(\text{失業者数})}{\text{総労働人口}}$$

### 例) 米国におけるオウケンの法則



適切なパラメータの下では、オウケンの法則が出現

## 結果 3

### 【マクロモデル】

ミクロモデルから、以下のマクロモデルが導出される  
 $n$ : 失業者の密度,  $l$ : 就業者の密度

$$\begin{cases} \dot{n}_l = D_n \Delta n - \nabla \cdot (n f(l)) - k^+ n + k^- l \\ \dot{l}_l = D_l \Delta l + k^+ n - k^- l \end{cases}$$

走性モデル (Keller & Segel, 1970) の拡張

$u$ : 細胞密度,  $v$ : 走性物質の濃度

$$\begin{cases} \dot{u}_i = d_i \Delta u_i - \nabla \cdot (u_i \nabla \chi(v)), \\ \dot{v}_i = d_v \Delta v - b_1 v + b_2 u. \end{cases}$$

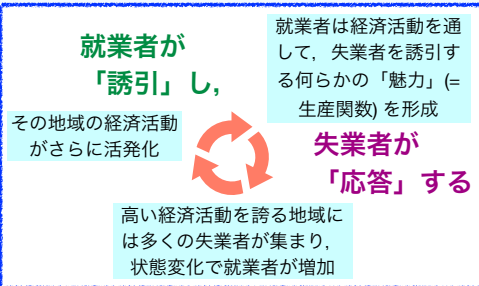
- ✓ シミュレーションで観察された集積現象は、密度関数  $n, l$  の爆発であると考えられる。

実際の都市化現象も、ある種の「走性 (taxis)」によって説明されるのではないか?

### 【「経済走性」の提唱】

- 都市化を引き起こす本質的な駆動力は、走性 (taxis) によって記述される
- これを「経済走性 ("econotaxis")」と呼ぶ (e.g., 走性性, 光走性)

### 【都市化のメカニズム】



## 結論

1. 提案モデルは人口の集中現象を再現
2. モデル内で、ジップの法則とオウケンの法則の2つの経験則が出現
3. 都市化は、経済走性 (econotaxis) という概念により説明可能

- ✓ 提案モデルは、都市化現象のダイナミクスをある程度適切かつ端的に捉えていると考えられる。

### 【今後の課題】

- 「経済走性 (econotaxis) モデル」に爆発解が存在することを数学的に示す。
- ジップの法則 (冪則) を、マクロモデルから解析的に導出する。

### 参考文献

Berry, B. J. (2008). Urbanization. In Urban ecology (pp. 25-48). Springer, Boston, MA.  
Keller, E. F., & Segel, L. A. (1970). Initiation of slime mold aggregation viewed as an instability. Journal of theoretical biology, 26(3), 399-415.  
National Geographic Society. (n.d.). Urbanization. Resource Library. <https://www.nationalgeographic.org/encyclopedia/urbanization/>  
Schweitzer, F. (2002). Modeling migration and economic agglomeration with active Brownian particles. In Modeling complexity in economic and social systems (pp. 137-150).

### <画像引用>

• National Geographic Society. (n.d.). Urbanization. Resource Library. <https://www.nationalgeographic.org/encyclopedia/urbanization/>  
Pereira, R. H. M. (2020, November 11). The history of humankind is the history of urbanization. Urban Demographics. <https://www.urbandemographics.org/post/history-human-kind-urbanization-france-density/>  
Than, K. (2009, April 23). Manhattan 1609 vs. 2009: Natural Wonder to Urban Jungle. National Geographic. <https://www.nationalgeographic.com/culture/article/manhattan-island-before-new-york-city-culture/>