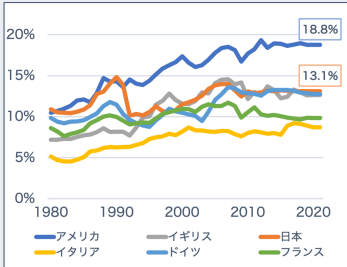


# 拡張Yard-Saleモデルを用いた経済格差の分析

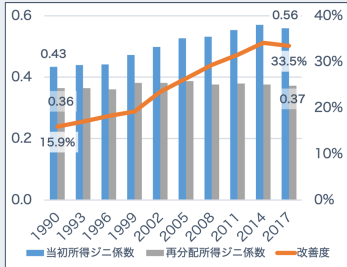
明治大学 総合数理学部 現象数理学科 4年

## 1. 背景

世界各国で経済格差が拡大、**富の集中**が強まる経済格差の現象を示す数理モデルを用いて格差是正に必要な社会システムを検証したい



左図：富裕層上位1%の所得が各国の全所得に占める割合。米国は特に急激に全所得に占める割合が上昇していることがわかる。その他の国についても上昇傾向が確認できる。日本は1990年以降、緩やかに上昇していることが確認できる。  
[WORLD INEQUALITY DATABASE]



右図：当初所得・再分配所得におけるジニ係数の推移と改善度。当初所得とは税金や保険料などを支払う前の所得。経済格差の指標であるジニ係数が増加している。再分配所得は当初所得から税金や保険料の負担を控除し、現金給付や現物給付を加えた所得。  
[厚生労働省、令和2年版厚生労働白書]

## Yard-Saleモデル

[A. Chakraborti Modern Physics C (2002)]

経済を1対1の取引に**単純化**した**資産交換型**モデル

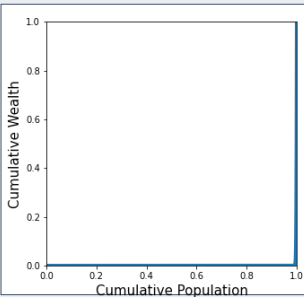
- ① 人口・富の総計を固定
- ② 全員に同額の富を分配
- ③ 無作為に2人組を作る
- ④ 取引を行う
- ⑤ ③→④を繰り返す

取引前 $w$ , 取引後 $w'$ , 変化量 $\Delta w$

$$w'_a = w_a + \Delta w_a$$

$$\Delta w_a = \beta \min(w_a, w_b) \eta$$

$-1 \leq \beta \leq 1$ でランダム  
 $\eta \in [-1, +1]$ ,  $E[\eta] = 0$



左図：Yard-Saleモデルの富の凝縮。Yard-Saleモデルのエージェントシミュレーションを取引回数1000回、試行回数1000回で実行し、ローレンツカーブで描画した。ローレンツカーブとは、横軸を累積人口、縦軸を累積所得とした経済格差を示すグラフである。

取引回数を十分大きくすると**富の凝縮**が生じる

**Yard-Saleモデルは実際の現象に即していない**

## 拡張Yard-Saleモデル

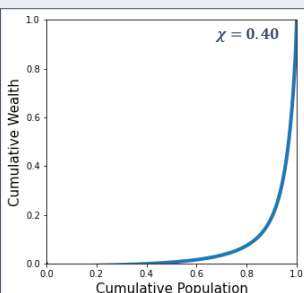
[B.M. Boghosian et al. Physica A (2017)]

Yard-Saleモデルに**富の再分配** $\chi$ を導入

富の再分配：富裕層から貧困層への富の流れ  
(e.g.) 所得税+生活保護費

$$w'_a = w_a + \Delta w_a$$

$$\Delta w_a = \beta \min(w_a, w_b) \eta + \chi \left( \frac{W}{N} - w_a \right) \Delta t$$



図：拡張Yard-Saleモデルのエージェントシミュレーション

平均値以上 → 所持金額が減る  
平均値以下 → 所持金額が増える

取引回数を十分大きくしても**富の凝縮**が生じない

**拡張Yard-Saleモデルはより実際の現象に即している**

## 2. 目標

拡張Yard-Saleモデルを用いて

1. 富の再分配 $\chi$ を変化させたとき、富の分布 $P(w)$ を求める
2. 富の再分配と経済格差の関係を考察する

## 3. 拡張Yard-Saleモデルの数値計算

富 $w$ を3つの範囲に分割、富の分布 $P(w)$ を求める

富の分布は富 $w$ と時刻 $t$ を用いて、確率密度関数 $P(w, t)$ で表す。 $P(w, t)$ に対するFokker-Plank方程式の定常状態( $\partial P/\partial t = 0$ )について、富 $w$ の範囲で $P(w)$ を3分割する。

$$(w_0 < w < w_{min}) \quad P(w) \approx \frac{C_0}{w^{2+2\chi}} \exp\left(-\frac{2\chi}{w}\right)$$

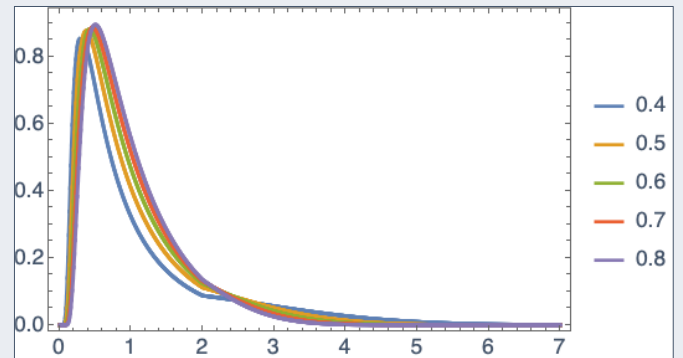
$$(w_{min} < w < w_{max}) \quad P(w) : \text{Mathematicaで数値計算}$$

$$(w_{max} < w < w_{\infty}) \quad P(w) \approx C_{\infty} \exp\left(-\frac{\chi}{2B_{\infty}} w^2 + \frac{\chi}{2B_{\infty}} w\right)$$

$C_0, C_{\infty}, B_{\infty}$  : 積分定数

[B.M. Boghosian et al. Physica A (2017)]

$\chi$ を0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8で変化させた富の分布 $P(w)$



$\chi$ が大きくなる

→  $P(w)$ の**最大値**、そのときの **$w$ の値**が大きくなる

貧困層が減り、富裕層への**富の集中**が緩和される  
富が**等しく分配**される

**富の再分配が強まると経済格差が是正される**

## 4. 結論

1. 数値計算から富の再分配 $\chi$ を変化させた富の分布 $P(w)$ を求めることができた。
2. 富の再分配を強めることで、富の分布が経済格差を是正するように変化した。**富の再分配は格差是正に有効**である。