

# 海岸浸食の数理モデルと海岸の形状

総合数理学部 現象数理学科 池田研 4年

## 背景

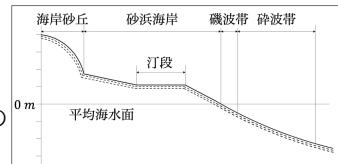
海岸浸食の効果的な対策を実施するために、数値計算が重要である。

海岸浸食は、波や風によって堆積物が流出することによって起こる現象である。

海岸浸食の対策で堤防の設置やサンドリサイクルが行われているが、莫大な費用がかかる。

本研究で扱う領域(右図)

海岸砂丘から碎波帯までの領域について、数値シミュレーションを行う。



図：海岸の地形の用語

## 目標

### ①先行研究の追試をする。

同様の条件で数値計算し、数理モデルの有効性を確認する。

### ②汀段の幅が最終地形に与える影響を調べる。

汀段の幅を変えて数値計算を行い、最終地形の違いについて調べる。

### ③碎波帯の形状を調べる。

十分に時間が経過したとき、碎波帯の地形が  $h = Ax^m$  となることが知られている。また、先行研究では  $m$  が 0.6 から 0.7 の間の値になると述べられている。実際に数値計算し、フィッティングで  $m$  を求め  $h = Ax^m$  の形状になっているか確認する。

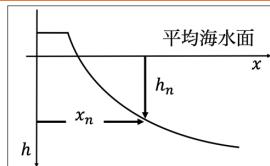
## 数理モデル

・  $x$  : 岸沖方向の位置。

・  $h$  : 鉛直方向の高さ。

・ 岸沖方向の位置  $x(h, t)$  は高さ  $h$  の従属変数。

・  $x$  は  $h$  に関して単調増加。



堆積物の輸送を表す方程式

$$Q_s = K(D - D_*)$$

堆積物の質量保存を表す方程式

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\frac{\partial Q_s}{\partial h}$$

$Q_s$ : 堆積物の輸送量  
 $K$ : 輸送速度パラメータ  
 $D = \frac{1}{K} \frac{\partial F}{\partial x}$ : エネルギー伝達率  
 $F = \frac{1}{2} \gamma \rho^2 g^2 h^2$ : エネルギー流量  
 $D_*$ : エネルギー伝達率の平衡値  
 $\gamma = \rho g$   
 $\rho$ : 水の密度  
 $K$ : 碎波パラメータ

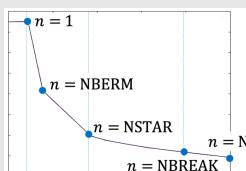
## 数理モデルの離散化

○  $n = 1$  から NSTAR,  $n = NBREAK$  から  $N$   
 $D_n = 0, Q_{s_n} = 0$

○  $n = \text{NSTAR}$  から  $n = \text{NBREAK}$

$$D_n = \frac{2F(h_n^{2.5} - h_{n-1}^{2.5})}{(h_n + h_{n-1})(x_n - x_{n-1})}, Q_{s_n} = K(D_n - D_*)$$

○  $n = N$  で、 $\Delta x_N = 0$  と定義できる。



$\Delta x_{n-1} = E_n \Delta x_n + F_n$  によって  $\Delta x_{n-1}$  を求める。

$$\begin{aligned} \text{ここで, } E_{n+1} &= \frac{-C_n}{B_n + A_n E_n}, \quad F_{n+1} = \frac{Z_n - A_n F_n}{B_n + A_n E_n} \\ A_n &= -\frac{\beta D_n}{x_n - x_{n-1}}, \quad B_n = 1 + \frac{\beta D_n}{x_n - x_{n-1}} + \frac{\beta D_{n+1}}{x_{n+1} - x_n} \\ C_n &= -\frac{\beta D_{n+1}}{x_{n+1} - x_n}, \quad Z_n = -\frac{2\beta}{K}(Q_{s_{n+1}} - Q_{s_n}), \quad \beta = \frac{K \Delta t}{2 \Delta h} \end{aligned}$$

である。 $n = 1$  の点で  $E_1 = 0, F_1 = Z_1$  という条件を用いると、全ての  $E_n$  と  $F_n$  が求まる。

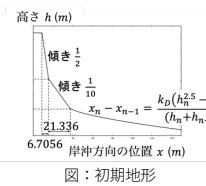
実際の海岸浸食の挙動に近づけるために、2箇所で  $\Delta x_n$  を修正する。

1. 汀段の幅が狭い場合、海岸砂丘は均一に後退する。

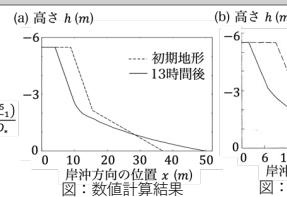
2. 碎波帯の沖側は急速に前進する。

## 結果

### ①先行研究の追試。



図：初期地形



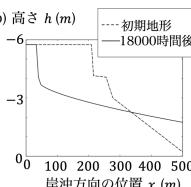
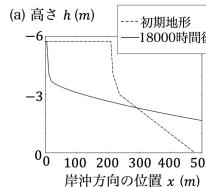
図：数値計算結果

図：先行研究の結果

結果① 先行研究を再現できた。

### ②汀段の幅が最終地形に与える影響を調べる。

$A = 0.13829829$  ( $D_{50} = 0.26mm$ )、高潮は  $1.5m$  で一定とする。汀段の幅を  $10m$  ずつ広げていき、最終地形について考察する。



図：平均誤差

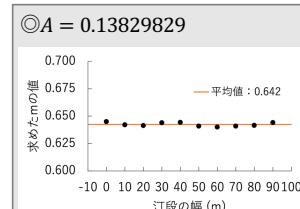
結果② 汀段の幅に関わらず、同じ地形になった。

汀段の幅によって後退の幅は異なるが、碎波帯の傾きがほぼ等しい滑らかな地形になった。

### ③碎波帯の形状を調べる。

高潮は  $1.5m$  で一定とする。十分に時間が経過したとき、碎波帯が  $h = Ax^m$  の地形になるか検証し、 $m$  を求める。先行研究では、 $m$  の値が 0.6 から 0.7 になると述べられている。

堆積物の粒径が大きいときの方が急な傾斜になる。



結果③  $h = Ax^m$  で近似できると確認できた。  
 $A$  の値が等しいとき、 $m$  の値は一定になる。  
 $m$  が 0.6 から 0.7 にならないことがわかった。

## 結論

### ①先行研究の結果を再現できた。

・ 汀段の幅を変えて数値計算を行った。  
汀段の幅に関わらず、最終地形は同じ形状になることが確認できた。

・ 碎波帯が  $h = Ax^m$  になるか検証し、 $m$  を求めた。  
十分に時間が経過した時に碎波帯の地形が、 $h = Ax^m$  の形状になることがわかった。  
汀段の幅に関わらず、 $A$  によって  $m$  がほぼ一定になった。 $m$  が 0.6 から 0.7 の間の値ではないときがあることがわかった。