ペットボトル振動子の同期現象 総合数理学部 現象数理学科 池田研究室 4年



ペットボトル振動子のリズム運動とは、飲み口の部分に管を通したペットボトルに水を入れて逆さまにすると、水の流出と空気の流入が交互に起こる現象である。同一の2つのペットボトル振動子同士をチュー ブでつなぎ、そのチューブ内を空にすると同相同期、振動のタイミングがそろうし、水を入れると逆相同期(振動のタイミングが交互になる)することが明らかになっている。本研究ではチューブ内の液体の質量と粘度 に着目しまたでま現れそこし、またペットボトル振動子が1つの場合の数理モデルと2つのペットボトル振動子をつなげた場合の数理モデルを提案し数値計算を行う。特に2つのペットボトル振動子をつないだ場合は、実験 結果の傾向を再現することを目標とする。 数理モデルと数値計算 目的 1. 実験結果の解析 くペットボトル振動子が1つの場合> 2つの同一のペットボトルをチューブでつなぎ、先行研究では行われていないチューブ内の液 目的 数理モデルを見直し、リズム運動を再現する 体の質量と粘度を変化させる実験を行った。オーダパラメータ[3]を使って解析を行う。 先行研究では、パイプ内部の水が下降する平均速度と空気が上昇する平均速度に着目 している。<u>下降流では水が流出し、上昇流では空気と水の混合物が流入すると考えてい</u> р 数理モデルと数値解析 正 Р V先行研究[1]のペットボトル振動子が1つの場合と2つのペットボトル振動子をつないだ場合の数理モデ 本研究では下降流では水が流出し、上昇流では空気が流入すると考える ルを見直す。リズム運動や同期現象を再現する。 L <見直した数理モデル> (上式:水の下降流に関する数理モデル、下式:空気の上昇流に関する数理モデル) $|_{H}$ $\frac{d^2P}{dt^2} = -\frac{32\nu_w}{d^2}\frac{dP}{dt} - K_dP - F_d$ ν_w :水の動粘性係数, ν_a :空気の動粘性係数 目的 チューブ内の液体の質量や粘度を変化させることにより 先行研究と異なる点 水と空気の密度や粘度に物性値を使用 $\frac{d^2P}{dt^2} = -\frac{32\nu_a}{d^2}\frac{dP}{dt} - K_uP - F_u$ $\int_{d} P_{air}$ 挙動がどう変化するのか調べる ◆ 先行研究(2)では、2つの同一のペットボトル振動子をチューブでつなぎ、チューブ内に水の入っていない場合は位相がほぼ揃って同相同期し、チューブ内に10gの水を入れた場合は位相差がほぼ $d^2 dt$ (i) 水の下降流に関する数理モデル πになり逆相同期することがわかっている。 $\frac{d^2x}{dt^2} + \mu_d \frac{dx}{dt} + x = -a_d$ ◇ 実験方法 先行研究[2]を参考に、以下に示すような実験装置を作成した。 ۶ (ii) 空気の上昇流に関する数理モデル 左図 実験装置の画像 市販されている2100ペットボトルとそのペットボトルの蓋に穴 をあけ、透明バイブ(長さ100m,内径7mm)を取り付けたものを2 つ用意した。2つのペッドボトルの質問に穴をあけ、シリコン チューブ(長さ1m,内径7mm)でつないだ。2つのペッドボトル内 には画像解わたらい常量の食用色素で着色した1510の水を いれる。常に逆さの状態で固定するために、板にペットボトルの 蓋がちょうど入る穴たちけ、そこペットボルル層動子を登し込め 差の生みが入ったたり、電気が手でしいれる液体は、 増重の食用色素で着色した水とグリセリン水溶液を用いた。グリ セリン水溶液に、水グリセリンの溶合が1:1,1:2,1:3,1:4,1:505 種類である。 $\frac{d^2x}{dt^2} + \mu_u \frac{dx}{dt} + b_u x = -a_u$ μ_d, a_d, μ_u, a_u は定数 無次元化したパラメータ $\sqrt{K_dt} \longrightarrow t$, $x = \frac{P}{P_{air}}$ 上図:無次元化した圧力xの時間変化。横軸はt、縦軸はxとする。刻み幅はdt=0.0001である。 結果数理モデルを見直し、リズム運動を確認した。また実験でみられる水の 下降流が空気の上昇流より時間が長いという傾向も確認した。 <2つのペットボトル振動子つないだ場合の数理モデル> 2つの実験を行った。 目的 **Ŧ--**ブ内の液体の運動方程式をたて、同期現象を再現する チューブ内の水の質量を0gから10.0gまで1.0gずつ増やす。 1 ◆先行研究では、チューブ内の水の変位zを2つのボトル間の圧力

V

 P_1S

Ū,

 P_{air}

 $d^2x_1 + \mu_d dt$

 $d^2x_2 + \mu_d dt$

 $\frac{d^2x_2}{dt} + \mu_u \frac{dt}{dt}$

 dt^2

(ii) 空気の上昇流に関する数理モデル

 H_1

 P_2 V_{2}

ļ

 P_2S

 $|H_2|$

ď

 $\int_{d_{1}}^{d_{1}} dx_{1} + x_{1} = -a_{d} - b_{d}(x_{1} - x_{2}) - c_{d} \frac{az}{dt}$

 $\int_{a}^{dx_{2}} dx_{2} + x_{2} = -a_{d} + b_{d}(x_{1} - x_{2}) + c_{d} \int_{dt}^{dx_{2}} dt$

 $dx_{2} + d_{u}x_{2} = -a_{u} + b_{u}(x_{1} - x_{2}) + c_{u} dt$

 $\frac{d^2x_1}{dt^2} + \mu_u \frac{dx_1}{dt} + d_u x_1 = -a_u - b_u (x_1 - x_2) - c_u \frac{dZ}{dt}$

差に比例すると仮定し、次のように表されている。

▶ チューブ内の液体の運動方程式をたてる。

➤ このモデルは重力を考慮する場合用いることができる。

 $Z = \zeta(x_1 - x_2) \ (\zeta : 正の比例定数)$

✓ <u>チューブ内の粘度に着目する。</u>
 ✓ <u>チューブが真っすぐであると仮定し重力を考慮しない</u>

 $\begin{array}{c} & \text{maximulat} \\ \hline \text{maximulat} \\ & dt^2 \\ & dt^2 \end{array} = (x_1 - x_2) - \frac{\delta^{2\nu_c}}{d'^2} \sqrt{K_d} \ dt \end{array}$

dZ

dZ

 μ_d, a_d, b_d, c_d は定数

 $\mu_u, a_u, b_u, c_u, d_u$ は定数

無次元化したパラメータ

 $x_1 = \frac{P_1}{P_{air}}, \quad x_2 = \frac{P_2}{P_{air}}$

 $\sqrt{K_d t} \longrightarrow t$,

dZ

重要

チューブ内の液体の粘度を変化させる。粘度の異なる5つのグリセリン水溶 2. 液を使用し、3.0gから8.0gまで1.0gずつ増やす。

◇ 解析方法

①水が流れ始めてから120秒間の動画を『ffmpeg』で600枚の静止画にする。 Image」に読み込みパイプの下方の一部分の輝度を数値化する。
 輝度の時間変化を調べ極大点を取り出し、以下のオーダパラメータを求める。

オーダパラメータの定義国

同相同期状態では最大値1をとる $R_{one} = \frac{1}{2} \left| \exp(i\theta_1) + \exp(i\theta_2) \right|$ 逆相同期状態(πで同期する)では最小値0をとる $R_{two} = rac{1}{2} \left| \exp(i 2 heta_1) + \exp(i 2 heta_2)
ight|$ 同相同期状態では最大値1をとる完全な逆相同期状態でも最大値1をとる

結果

チューブ内の水の質量を0gから10.0gまで1.0gずつ増やした場合((a)のグラフ) 1 ♦ (a)では0g-3.0gの場合同相同期、5.0g-10.0gの場合逆相同期に近い挙動を示した。4.0gでは同相同期に近い 挙動も逆相同期に近い挙動も起こったことから<u>双安定</u>を示した。

▶ チューブ内の水の挙動が4.0gを境に変化した

2. チューブ内の液体の粘度を変化させた場合((b), (c), (d), (e), (f)のグラフ)

◆ (b)では3.0g-4.0gの場合同相同期、5.0g-10.0gの場合逆相同期に近い挙動を示した。(a)のグラフと比べると同相同期する範囲が広がっていることがわかる。(c)では同相同期に近い挙動のみ示した。(d), (e), (f)では粘度が高くなるにつれて微小の位相差が生じた。同相同期でも逆相同期でもない挙動を示した。



参考文献 [J](Masahiro L. Kohira, Hiroyuki Kitahata, Nobuyuki Magome, and Kenichi (2012) 「Plastic bottle oscillator as an on-off-type oscillator:Experiment, mode [3]合原 一支 (2015) 「カエルの合唱に潜む同期現象 一室内実後, 野外観測,数理モデルによる解析一」、日本音響学会誌71巻7号 pp.350-356 ル振動子:水/空気流が描き出す時空間構造(非線形現象のモデル化とその数理解析)」、数理解析研究所講究録