3次元領域での流体シミュレーションを用いた野球における投球の飛翔軌道の計算

池田研究室4年

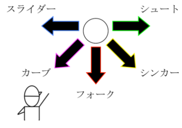
1，はじめに

【研究目標】
変化球のシミュレーションについて、
全ての計算を3次元で行う

【先行研究での問題点】
加藤、2012年度卒業論文
・外力を計算する際、球を "2次元平面における円柱" に置き換え一部の点の値に注目
・運動方程式を正しく用いていない

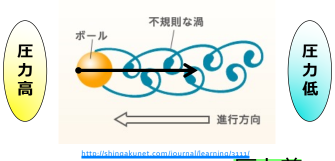
【課題】
・圧力の計算手法を見直す
・正しく運動方程式を用いて速度と変位を計算

野球の変化球は大きく分けて5種類



2，なぜ空中で球の軌道が曲がる？

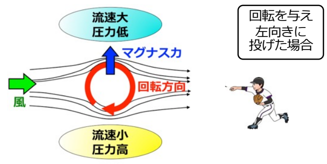
① カルマン渦列
空気の粘性により、球後部にできる渦列



http://shinpaku.net/journal/learning/3111/

2列の渦列が形成され、球の前後で圧力差が発生
→ 周期的な正負の力を及ぼし、球がブレながら飛ぶ

② マグナス効果
回転する物体に対し、流れと垂直な力が働く現象



球の上下で圧力差が生まれ、上向きに力が働く

<マグナス効果　補足>
ベルヌーイの定理
流速 v、圧力 p、密度 ρ の流れに対し以下の式が成立

$$\frac{1}{2}v^2 + \frac{p}{\rho} + gz = 一定$$

回転方向と流れの向きが一致する部分（左図上部）
流速 v：大 → 圧力 p：小

回転方向と流れの向きが逆になる部分（左図下部）
流速 v：小 → 圧力 p：大

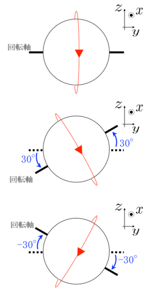
⇒ **球に上向きの力が働く**

<本研究で扱う変化球>

(a) ストレート
150[km/h]
40[rot/s]

(b) スライダー
130[km/h]
35[rot/s]

(c) シュート
130[km/h]
35[rot/s]



①球自身の回転
②球後部での渦
による圧力差

※球が受ける外力は重力、圧力、粘性力の3種
→ 本研究では粘性力は無視

※本研究において回転数は時間経過に依らず常に一定と仮定

3，研究方法

<使用ソフト>
COMSOL Multiphysics　有限要素法ベースの汎用物理シミュレーションソフト

<モデル式>
流速[m/s]と音速[m/s] の比が約 0.3 以下（流速約360[km/h]以下）の場合

非圧縮性ナビエ・ストークス方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \nabla \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2 \boldsymbol{v} + \boldsymbol{g}$$

<各種条件>
・球の半径　：約 3.7cm（実際の硬式球と同じ）
・直方体の寸法：0.3 m × 0.5 m × 0.3 m
・球は（0.15, 0.15, 0.15）に固定。**一様に空気を当てる**

・境界条件　流入面：$\boldsymbol{v} = (u, 0, 0)$
　流出面：$p = 0\,[\mathrm{Pa}]$
　側面：$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0}$
　球面：$\boldsymbol{v} =$ **球の回転速度ベクトル**

・時間刻み幅 $\Delta t = 0.01$
・メッシュ詳細：
ドメイン要素数687104　境界要素数36302　エッジ要素数752

<計算の流れ>
① 固定した球に空気を当て続ける状態を考え、NS方程式を解き結果を表示

② **各点での圧力データを抽出、球の表面全体で積分したものを外力とする**

③ 離散化した運動方程式より速度 変位を計算

$F_M =$ 特定の点から求めた圧力差
$D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D$

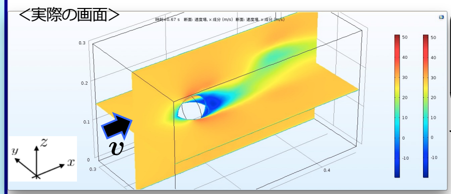
先行研究

$$\left\{\begin{aligned}
&\boldsymbol{F}_t = (-D,\ F_M \sin\theta,\ F_M\cos\theta - g)\\
&\boldsymbol{a}_t = \frac{\boldsymbol{F}_t}{m}\\
&\boldsymbol{v}_{t+1} = \boldsymbol{v}_t + \boldsymbol{a}_t t\\
&\left[\begin{aligned} &X = V_D t + \frac{D}{2m}t^2 \quad Y = \frac{F_M\sin\theta}{2m}t^2\\ &Z = 1.8 + \frac{1}{2}\left(\frac{F_M\cos\theta}{m} - g\right)t^2\end{aligned}\right.\\
&\qquad (t = 1, 2, 3 \ldots)
\end{aligned}\right.$$

本研究

$$\left\{\begin{aligned}
&\boldsymbol{F}_t = (P_{x_t},\ P_{y_t},\ P_{z_t} - g)\\
&\boldsymbol{a}_t = \frac{\boldsymbol{F}_t}{m}\\
&\boldsymbol{v}_{t+1} = \boldsymbol{v}_t + \boldsymbol{a}_t\ dt\\
&\boldsymbol{x}_{t+1} = \boldsymbol{x}_t + \boldsymbol{v}_t\ dt
\end{aligned}\right.$$

<実際の画面>



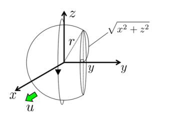
直方体から球をくり抜いた領域を用意、手前の面から一様に空気を流す
↓
実際に想定する球速を空気の流速によって表す

全球種の後部で交互に渦が発生
（上述のカルマン渦列）

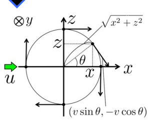
●球面上での境界条件について補足

<球の切断と３次元の回転行列から回転速度ベクトルを計算>

○ストレートの回転の場合



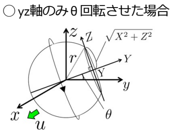
球の切り口に注目



$$\left\{\begin{aligned}
&\boldsymbol{v} = (v\sin\theta,\ 0,\ -v\cos\theta) = \left(v\frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}},\ 0,\ -v\frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}}\right)\\
&v = 2\pi n r = 2\pi n\sqrt{x^2+z^2}
\end{aligned}\right.$$

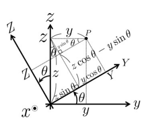
$$\boldsymbol{v} = (2\pi n z,\ 0,\ -2\pi n x)$$

○yz軸のみθ回転させた場合



・XYZ座標系におけるストレートの回転速度ベクトルをｘ軸まわりに－θ回転
・座標系をXYZからxyzへ変換（※）

※ 座標系の変換



P（x,y,z）をθ回転させた（X,Y,Z）座標系で表す

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y\cos\theta + z\sin\theta \\ -y\sin\theta + z\cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

"y軸をθ 回転させたY軸" を軸にストレート回転する球面上の点（x,y,z）における回転速度ベクトル

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\theta) & \sin(-\theta) \\ 0 & -\sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2\pi n Z \\ 0 \\ -2\pi n X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\pi n Z \\ 2\pi n X\sin\theta \\ -2\pi n X\cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\pi n(-y\sin\theta + z\cos\theta) \\ 2\pi n x\sin\theta \\ -2\pi n x\cos\theta \end{pmatrix}$$

➡ 球種別回転速度ベクトルまとめ

	x	y	z
無回転	0	0	0
ストレート	$2\pi nz$	0	$-2\pi nx$
スライダー	$-\pi ny + \sqrt{3}\pi nz$	πnx	$-\sqrt{3}\pi nx$
シュート	$\pi ny + \sqrt{3}\pi nz$	$-\pi nx$	$-\sqrt{3}\pi nx$

●圧力計算（計算の流れ②）について補足

$$\boldsymbol{P} = \int P\boldsymbol{n}\ dS \ \xrightarrow{近似}\ \sum \frac{4\pi r^2}{610}P\boldsymbol{n}$$

<先行研究とは異なる方法で各時刻での圧力を計算>

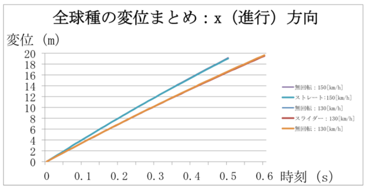
『加藤聖章「野球における流体現象を考慮した変化球の軌道計算手法の提案に関する研究」メディア学部ゲームサイエンスプロジェクト卒業論文、2012年』と計算方法を比較

（先行研究）
1.球に割り当てたメッシュのうち、速度変化が特に大きい部分の値を抽出
2.上で求めた値とベルヌーイの定理より圧力を導出
3.これを球の両側で行い、その差すなわち圧力差を合力とする

（本研究）
1.球の表面から 1mm 以内の距離にある点610個を抜粋、各座標と対応する圧力のデータを抽出
2.座標から各点における内向き単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ を計算し圧力の値 P と1点周りの微小面積を掛ける
3.これを 1 のメッシュ全体で行い、各成分を足し合わせ出来たベクトルを合力とする

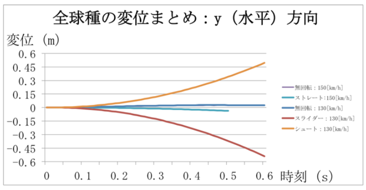
4，結果・考察

● x 方向（進行方向：初速 u をもち、空気力を受け続ける運動）



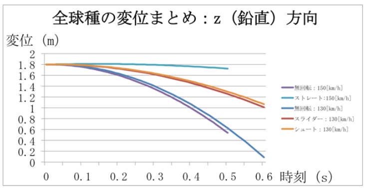
・**球速が等しければ球種に依らずほぼ同じ軌道**
・150[km/h]の球速をもつ2球種、130[km/h]の初速をもつ3球種で各々線が重なっている
・質点運動と比較すると、本塁到達時間の差は全球種において0.05[s]以内
・本塁到達時点での速度を初速と比較すると、全球種について23～27[km/h]減少
→ 実際の現象と比べ過大

● y 方向（水平方向）



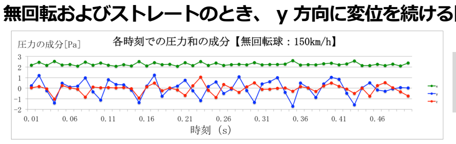
・**スライダーとシュートは実際の現象と同じ方向へ変位**
→ 設定より、時間が経過しても回転数は減衰しない
→ 実際より大きなマグナス力が働き、変位の幅は過大に
・**無回転球とストレートは実際と合わない結果**
無回転球　：正方向
ストレート：負方向　へ僅かに変位し続ける

● z 方向（鉛直方向）

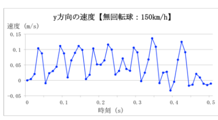


・**ストレートは実際の現象に対応**
→ 本塁到達時点での落下距離が0.07[m]と非常に小さい
・**無回転の2球種は実際の現象と合わない結果**
→ 落下距離が1.2～1.5[m]となり、 過大
・スライダーとシュートは、マグナス力により変位小
→ 落下距離は無回転ほど不自然ではないが、実際の現象と比べるとやや大きい

○ 無回転およびストレートのとき、 y 方向に変位を続ける問題について



本研究での方法に従い計算した圧力について、時刻ごとの離散値を直線で結んだグラフ



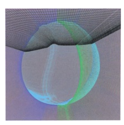
y 方向圧力和の時間推移（青線）について
・値は上下に振動
→ カルマン渦列の影響により正負の空気力が働いた？
・時間平均の値： − 0.0037[Pa]
（正の値：29個　　負の値：22個）

5，結論・今後の課題

【結論】
・"回転しながら飛翔する球の軌道が変化する現象" のシミュレーションについて、全ての過程を３次元で行うことに成功
・実際の現象に対応するストレート、スライダー、シュートの軌道を再現

・上記の現象を想定した流体計算を実行
・面積分の定義に従い、運動方程式に必要な圧力を導出できた
・運動方程式に従って数値計算を行い、実際の球の運動を得た

【今後の課題】
球の凹凸まで考慮に入れた計算を
・野球ボールの縫い目による凹凸形状まで考慮した計算
・無回転球およびストレートが y 方向に変位し続ける原因の究明



Ryutaro, Himeno, & Hideki, Matsumoto, & Shun, Doi. "A numerical analysis of flows around a rotating baseball." RIKEN Review No.30 September 2000 より引用