

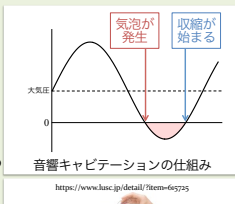
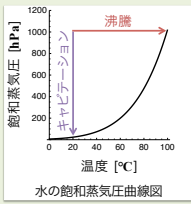
振動圧力場における単一気泡の半径変化を表わす数理モデルの解析

池田研究室)

1. 研究背景と目的

超音波を液体に照射することによって発生させるキャビテーションを、音響キャビテーションという。

キャビテーション：水圧が低下して飽和蒸気圧に達し、気泡が発生する現象^[1]

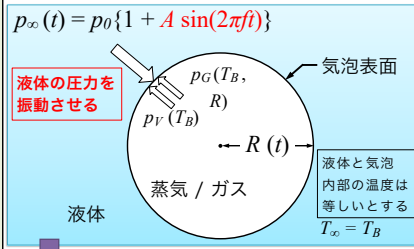


最近では、この衝撃波を有効に活用しようとする研究も活発になってきている(右図)。

超音波洗浄機への活用

研究目的 単一気泡の気泡半径変化の特徴を詳しく調べ、気泡の膨張、収縮、崩壊との関係性を探る

2. レイリー・プリセット方程式の定式化



- $R(t)$: 気泡半径 [m]
- T_∞ : 遠方の温度 [K]
- $p_\infty(t)$: 遠方の圧力 [Pa]
- ρ_L : 液体の密度 [kg/m³]
- σ : 液体の表面張力 [N/m]
- S : 気泡内部の温度 [K]
- $p_c(T_B, R)$: 気泡内部の液体の蒸気圧 [Pa]
- $p_V(T_B)$: 大気圧 [Pa]
- $p_c(T_B, R)$: 周波数 [Hz]
- p_0 : 振幅を決める値
- f :
- A :

$R(t)$ について無次元化し、 $ft = a$ と変数変換

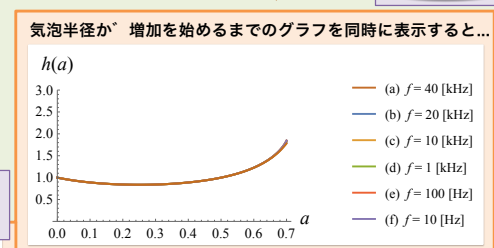
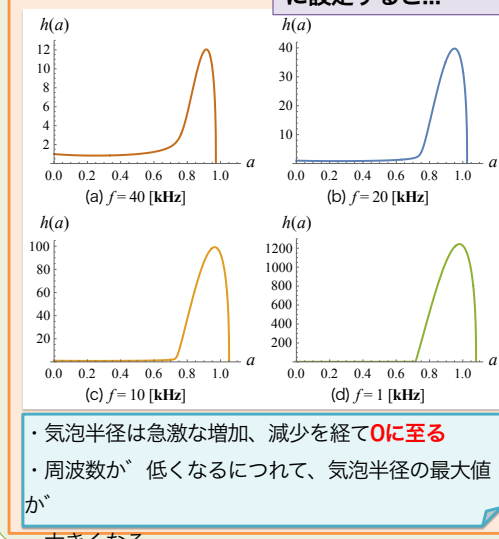
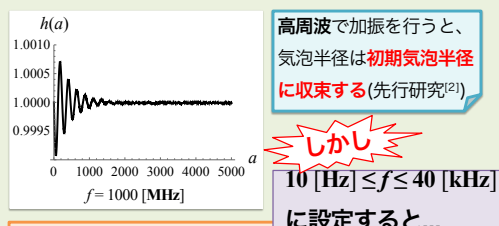
$$\frac{p_V - p_0}{\rho_L} - \frac{p_0}{\rho_L} A \sin(2\pi a) + \frac{p_{c_0}}{\rho_L} \left(\frac{1}{h(a)}\right)^3 = \frac{2S}{\rho_L R_0 h(a)}$$

$$= R_0^2 f^2 h(a) \frac{d^2 h(a)}{da^2} + \frac{3}{2} \left(R_0 f \frac{dh(a)}{da} \right)^2 + \frac{4v_L f}{h(a)} \frac{dh(a)}{da} + \frac{2S}{\rho_L R_0 h(a)}$$

初期条件: $\begin{cases} h(0) = 1 \\ \frac{dh}{da}(0) = 0 \end{cases}$
 $h(a)$ は、時刻 a において、初期半径 R_0 に対して何倍の大きさであるかを表わす。

3. レイリー・プリセット方程式の数値解析

数値解析の仮定 初期半径: $R_0 = 0.92$ [μm] 周囲流体: 水 温度: 不凝縮ガス: 空気 $T_\infty = T_B = 293.2$ [K] 振幅を決める値: $A = 1.5$

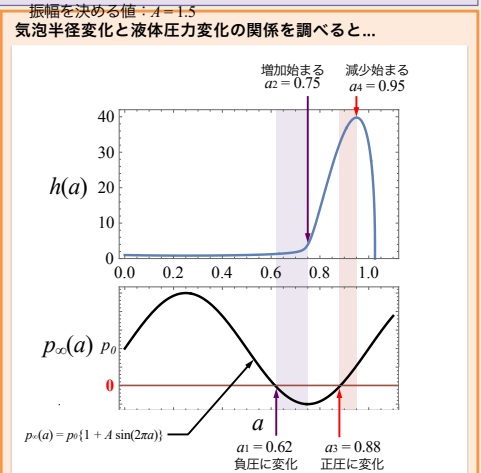


気泡半径が a 増加を始めるまでのグラフを同時に表示すると...

各周波数に対する気泡半径が0に近づく a の値を調べると...

a	0.972	1.026	1.051	1.080	1.084	1.085
-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------

周波数が低くなるにつれて、
 ・気泡半径が0に近づく a の値が 大きくなる



・液体の圧力変化に対して気泡半径変化は遅れる
 ・液体の圧力が 負圧に変化したときよりも、正圧に変化したときのほうが 速く応答する

まとめ $10 \text{ [Hz]} \leq f \leq 40 \text{ [kHz]}$ のとき、高周波な場合と異なり気泡半径が0に至る。また、負圧になったとき気泡半径の増加が始まることは現象に即して、その際反応に時間差が生じることもわかった。

4. レイリー・プリセット方程式の近似

まとめ a の範囲ごとに解の挙動を近似できた!!

(1) 気泡半径が急激に増加を始めるまで

$$\frac{p_V - p_0}{\rho_L} - \frac{p_0}{\rho_L} A \sin(2\pi a) + \frac{p_{c_0}}{\rho_L} \left(\frac{1}{h(a)}\right)^3 = \frac{2S}{\rho_L R_0 h(a)}$$

$\{1 + A \sin(2\pi a)\} p_0 - p_V = 0$ (*) を満たす最小の $a = a_0 \approx 0.61$ まで近似できていた

しかし、0.70付近まで近似できる範囲を延長できそう → 今後の課題

$10 \text{ [Hz]} \leq f \leq 40 \text{ [kHz]}$ において、数値解と近似解のグラフの概形がほぼ一致

(2-1) 気泡半径が最大値に達し、減少に転じて0に至るまで

(2-1) $a \geq 0.80$ のとき

$$\frac{p_V - p_0}{\rho_L} - \frac{p_0}{\rho_L} A \sin(2\pi a) = R_0^2 f^2 h(a) \frac{d^2 h(a)}{da^2} + \frac{3}{2} \left(R_0 f \frac{dh(a)}{da} \right)^2$$

sinの項消去

$10 \text{ [Hz]} \leq f \leq 10 \text{ [kHz]}$ において、数値解と近似解のグラフの概形がほぼ一致

(2-2) $a \geq 0.95$ のとき

$$\frac{p_V - p_0}{\rho_L} = R_0^2 f^2 h(a) \frac{d^2 h(a)}{da^2} + \frac{3}{2} \left(R_0 f \frac{dh(a)}{da} \right)^2$$

$10 \text{ [Hz]} \leq f \leq 40 \text{ [kHz]}$ において、数値解と近似解のグラフの概形がほぼ一致

5. 結論

- その1
- その2

$10 \text{ [Hz]} \leq f \leq 40 \text{ [kHz]}$ のとき、 $h(a)$ が0に至るとい結果が得られ、これは**気泡の崩壊**を示していると考えられる。

a の範囲ごとに**解の挙動を近似**することができた

6. 参考文献

- [1] 加藤洋治, 新板キャビテーション - 基礎と最近の進歩 -, 横書店 (1999)
- [2] 鹿田翔平, 吉村浩明, レイリー・プリセット方程式に見られる単一気泡の非線形現象 (2011)
- [3] Christopher E. Brennen, *Fundamentals of Multiphase Flows*, Cambridge University Press (2005)